

基于改进随机减量法和小波变换的 结构模态参数识别

刘剑锋, 李元兵, 张启伟

(同济大学 土木工程学院, 上海 200092)

摘要: 基于改进随机减量法和小波变换提出了一种新的结构模态参数统计识别方法. 随机减量法改进后可直接处理零均值非平稳响应信号, 得到自由衰减响应, 小波变换的时频域特性可解耦密频、低阻尼系统, 自助分布的统计估计能力考虑和降低模态参数识别的不确定性. 对提出的方法进行了完整的理论推导, 并通过一个四自由度系统的数值算例验证了该方法可靠性. 相比较传统的时域方法和直接小波变换方法, 该方法具有更高的识别精度, 尤其是阻尼比系数. 随后的抗噪能力验证结果表明该方法在 15 dB 噪声干扰下仍能够稳定、准确地识别出系统的模态参数, 可适用于环境激励下模态参数识别.

关键词: 模态参数识别; 改进随机减量法; 小波变换; 自助方法; 抗噪性

中图分类号: TU311; TU317

文献标志码: A

Identification for Modal Parameters Based on Improved Random Decrement Technique and Wavelet Transform

LIU Jianfeng, LI Yuanbing, ZHANG Qiwei

(College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: This paper presents a new statistical identification method for structural modal parameters based on the improved random decrement technique and wavelet transform. The improved random decrement technique is used to deal with zero-mean non-stationary signals directly for free decay responses. The wavelet transform is applied to decoupling dense frequency and low damping system because of its advantages in time-frequency domain. The bootstrap procedure is employed to evaluate and decrease the uncertainty of the identification results. The reliability of the proposed method is validated by a four-degree freedom

numerical example. Compared with the traditional time-domain method and the wavelet transform only method, the presented method has higher estimation accuracy, especially for damping ratios. Subsequent validation results for noise resistance show that the presented method is able to identify the modal parameters stably and precisely at the presence of 15dB measuring noise, which is applicable for structural modal parameter identification under environmental excitation.

Key words: modal parameter identification; improved random decrement technique; wavelet transform; bootstrap method; noise resistance

模态参数识别是结构动力学的一个重要领域, 是结构损伤识别、有限元模型修正和状态评估的重要前提. 对土木工程结构而言, 模态参数识别是指通过测得的结构动力响应, 识别结构的固有振动频率、阻尼比和振型的过程. 传统的结构模态参数识别方法分为频域法(谱峰值法、增强频域分解法等)和时域法(Ibrahim 法、随机子空间法等). 这些方法仅针对平稳信号且对噪声较为敏感, 而对非平稳信号的处理则无能为力. 小波变换(wavelet transform)和 HHT(Hilbert Huang Transform)作为近年来新兴的数学工具, 因为在信号时频域方面的优势, 越来越广泛地应用于信号处理. Staszewski 等在渐近信号的 Morlet 小波重建基础上总结了识别结构阻尼比的三种方法^[1]. Slavic 等在 Staszewski 研究基础上利用 Gabor 小波进行模态参数识别, 并研究了在实际应用中的边界效应、频移以及 Gabor 小波参数选取等问题, 分析了瞬时信噪比和均方差对结果的影响^[2]. Kijewski 等详细分析了小波变换在参数识别中遇到的频率分辨率和边界效应问题, 提出通过在

收稿日期: 2014-09-03

基金项目: 江苏省交通科学研究计划项目(20131157)

第一作者: 刘剑锋(1979—), 男, 讲师, 工学博士, 主要研究方向为桥梁健康监测、检测与安全评估. E-mail: liujf@tongji.edu.cn

通讯作者: 李元兵(1979—), 男, 工程师, 工学博士, 主要研究方向为桥梁结构损伤退化理论及应用. E-mail: cti_258@163.com

边界两端增补数据的方法来减少边界效应影响及通过选择 Morlet 小波的中心频率来提高频率分辨率^[3],并且对小波变换和 HHT 两种识别方法在计算效率等方面进行了比较研究^[4]. Lardies 等^[5]采用传统的随机减量法将一个多自由度系统的环境激励响应转换为脉冲激励响应,然后利用小波变换估算了系统的固有频率和阻尼比. 闵志华等^[6]提出一种结合小波变换和奇异值分解的模态参数识别方法,该方法与直接小波变换方法相比识别精度更高.

HHT 方法因为本身存在数学意义不明确、端点效应、小能量模态难以分离等问题,所以在实际应用中需引入滤波、加入微信号等方法,而这些方法对于噪声较为敏感,且只能用于处理稳态信号. 基于连续小波变换的识别方法,需要首先应用随机减量技术(RDT)或自然激励技术(NExT)等数据处理方法,从结构响应中提取与自由衰减响应函数或者脉冲响应函数等效的信息,这些方法的实施前提同样是假设激励为白噪声激励. 但大型土木结构的环境激励常常夹杂着冲击、时变等非平稳因素. 因此,受到无法测量的激励源、响应噪声污染、测量误差、运营交通荷载以及现场试验采集数据长度有限等因素的影响,模态参数识别结果往往具有明显的不确定性,尤其是阻尼比系数.

本文提出一种基于改进随机减量法和小波变换的结构模态参数统计识别方法(IRDT-Bootstrap-WT). 该方法主要由改进随机减量法、自助理论和小波变换三部分组成. 改进随机减量法可使其直接处理零均值非平稳响应信号从而得到自由衰减响应,小波变换的时频域特性可解耦密频、低阻尼系统,自助分布的统计估计能力考虑和降低了响应噪声污染、响应数据长度有限等因素所引起的模态参数识别的不确定性. 通过理论推导和数值算例验证了该方法的可靠性,并进一步分析了该方法的抗噪能力.

1 基本理论

1.1 改进随机减量法

随机减量法是从系统的随机振动响应中,通过平均和数理统计的方法提取该系统自由衰减振动信号的一种方法. 传统的随机减量法认为,当系统激励为零均值、平稳高斯白噪声时,系统的随机特征和系统的自相关函数成比例关系. 由于自相关函数和自由振动响应有相同的数学形式,所以随机特征也可以被当作是自由振动响应用于模态参数识别. 传统

的随机减量法主要是针对平稳随机过程. 需要通过改进将其用来处理零均值非平稳随机过程.

非平稳零均值随机激励 $f(t)$ 作用下的离散线性系统运动的标准矩阵方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ 分别为结构的整体质量、阻尼和刚度矩阵; $\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t), \ddot{\mathbf{x}}(t)$ 分别代表位移、速度和加速度. 通过变换得到

$$\mathbf{x}(t) = \Phi \cdot \mathbf{q}(t) = \sum_{r=1}^n \varphi_r \cdot q_r(t) \quad (2)$$

式中: Φ 表示复杂模态矩阵; $\mathbf{q}(t)$ 表示模态位移响应向量; φ_r 表示第 r 阶振型; $q_r(t)$ 表示模态位移响应 $\mathbf{q}(t)$ 的第 r 阶成分; n 为振型总数. 在式(2)中, $q_r(t)$ 可以更深入地结合齐次解 $q_{rh}(t)$ 和特解 $q_{rp}(t)$ 来表达,具体等式如下:

$$q_r(t) = q_{rh}(t) + q_{rp}(t) = e^{-\xi_r \omega_r t} [q_{0r} \cos \omega_{dr} t + \frac{\dot{q}_{0r} + \xi_r \omega_r q_{0r}}{\omega_{dr}} \sin \omega_{dr} t] + \int_0^t \varphi_r^T f(\tau) h_r(t-\tau) d\tau \quad (3)$$

式中: ω_r 为第 r 阶频率; ξ_r 为第 r 阶阻尼; $h_r(t-\tau)$ 是粘滞阻尼系统的单位脉冲响应函数,则

$$h_r(t-\tau) = \frac{1}{m\omega_{dr}} e^{-\xi_r \omega_r (t-\tau)} \sin \omega_{dr} (t-\tau) \quad (4)$$

模态速度响应 $\dot{q}_r(t)$ 可以通过对 $q_r(t)$ 进行微分得到

$$\begin{aligned} \dot{q}_r(t) = e^{-\xi_r \omega_r t} & \left[-\xi_r \omega_r (q_{0r} \cos \omega_{dr} t + \frac{\dot{q}_{0r} + \xi_r \omega_r q_{0r}}{\omega_{dr}} \sin \omega_{dr} t) + (-q_{0r} \omega_{dr} \sin \omega_{dr} t + \frac{\dot{q}_{0r} + \xi_r \omega_r q_{0r}}{\omega_{dr}} \omega_{dr} \cos \omega_{dr} t) \right] \\ & + \dot{q}_{rp}(t) = -\xi_r \omega_r q_r(t) + e^{-\xi_r \omega_r t} (-q_{0r} \omega_{dr} \sin \omega_{dr} t + \frac{\dot{q}_{0r} + \xi_r \omega_r q_{0r}}{\omega_{dr}} \omega_{dr} \cos \omega_{dr} t) + \dot{q}_{rp}(t) \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)可推导得到下式

$$\dot{q}_r(t) + \xi_r \omega_r q_r(t) - \dot{q}_{rp}(t) = e^{-\xi_r \omega_r t} (-q_{0r} \omega_{dr} \sin \omega_{dr} t + \frac{\dot{q}_{0r} + \xi_r \omega_r q_{0r}}{\omega_{dr}} \omega_{dr} \cos \omega_{dr} t) \quad (6)$$

采用 $t+\tau$ 代替 t , 则式(3)变为

$$\begin{aligned} q_r(t+\tau) = e^{-\xi_r \omega_r t} \cdot e^{-\xi_r \omega_r \tau} & [\cos \omega_{dr} (q_{0r} \cos \omega_{dr} \tau + \frac{\dot{q}_{0r} + \xi_r \omega_r q_{0r}}{\omega_{dr}} \sin \omega_{dr} \tau) + \frac{\sin \omega_{dr} t}{\omega_{dr}} (-q_{0r} \omega_{dr} \sin \omega_{dr} \tau + \frac{\dot{q}_{0r} + \xi_r \omega_r q_{0r}}{\omega_{dr}} \omega_{dr} \cos \omega_{dr} \tau)] \\ & + q_{rp}(t+\tau) \end{aligned} \quad (7)$$

将式(3)和式(6)代入式(7),得

$$q_r(t+\tau) = e^{-\xi_r \omega_r t} (q_{rp} \cos \omega_{dr} t + \frac{q_{rp} + \xi_r \omega_r q_{rp}}{\omega_{dr}} \sin \omega_{dr} t - e^{-\xi_r \omega_r t} (q_{rp} \cos \omega_{dr} t + \frac{\dot{q}_{rp} \sin \omega_{dr} t}{\omega_{dr}}) + q_{rp}(t+\tau) \quad (8)$$

式(8)中 $q_r(t+\tau)$ 可以作为随机减量法中响应的平均时间段. 传统的随机减量法先将响应分为 N 个平均时间段, 每段具有相同时间长度 τ , 所有的时间段具有相同的初始条件, 通过 N 段响应的叠加平均可以得到 $q_r(t)$ 的随机特征, 即

$$\delta(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_r(t_i + \tau) \quad (9)$$

式中: $\delta(\tau)$ 表示 N 个时间段叠加平均得到的随机特征; t_i 表示随机信号通过阈值条件的时刻. 将式(8)代入式(9), 则

$$\begin{aligned} \delta(\tau) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{-\xi_r \omega_r \tau} [q_{t_i r} \cos \omega_{dr} \tau + \frac{\dot{q}_{t_i r} + \xi_r \omega_r q_{t_i r}}{\omega_{dr}} \sin \omega_{dr} \tau] + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[-e^{-\xi_r \omega_r \tau} (q_{t_i r} \cos \omega_{dr} \tau + \frac{\dot{q}_{t_i r} \sin \omega_{dr} \tau}{\omega_{dr}}) \right] + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_{rp}(t_i + \tau) = \\ &= e^{-\xi_r \omega_r \tau} (A_r \cos \omega_{dr} \tau + \frac{B_r + \xi_r \omega_r A_r}{\omega_{dr}} \sin \omega_{dr} \tau) + \Theta(\tau) \end{aligned} \quad (10)$$

式(10)表明 $\delta(\tau)$ 中包含有自由衰减振动 $e^{-\xi_r \omega_r \tau} (A_r \cos \omega_{dr} \tau + \frac{B_r + \xi_r \omega_r A_r}{\omega_{dr}} \sin \omega_{dr} \tau)$ 和强迫振动 $\Theta(\tau)$.

$$\begin{aligned} \Theta(\tau) &= -e^{\xi_r \omega_r \tau} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_{rp}(t_i) \cos \omega_{dr} \tau + \frac{\xi_r \omega_r \sum_{i=1}^N q_{rp}(t_i) - \sum_{i=1}^N \dot{q}_{rp}(t_i)}{\omega_{dr}} \sin \omega_{dr} \tau \right] + \\ &+ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_{rp}(t_i + \tau) \end{aligned} \quad (11)$$

改进随机减量法可以针对零均值非平稳环境振动响应信号, 振动响应中的强迫振动可以通过随机减量平均去除掉, 此方法可以避免通过曲线拟合得到的近似稳态响应中的误差所引起的动力参数识别失真^[7].

1.2 Bootstrap 方法

Efron^[8]提出的 Bootstrap 方法主要是通过计算未知概率分布的随机变量、有限数据和样本的置信区间来评估统计准确性, 是一类非参数 Monte Carlo 方法, 其通过再抽样对总体分布进行估计. 再抽样方法视样本所表示的有限总体的分布为一个“伪”总体, 其具有和真实总体类似的特征. 通过从此“伪”总

体中重复再抽样, 可以据此估计统计量的抽样分布. 统计量的一些性质, 如偏差, 标准差等也可以通过再抽样来估计. 在工程实践中, 它成为克服数据有限性等困难的一种有效手段.

典型的 Bootstrap 方法描述如下:

(1) 假设 $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为一个从总体分布 $F(X)$ 中观测得到随机独立样本, 统计推断 $\hat{\theta} = s(X)$. 通过随机抽取原来的数据, 可以得到一个服从 (x_1, x_2, \dots, x_n) 上均匀分布的自助(Bootstrap)样本 $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ 和相应的估计 $\hat{\theta}^* = s(X^*)$.

(2) 通过重复抽取运行 Bootstrap B 次, 可以生成 B 个自助(Bootstrap)集合 $(\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \dots, \hat{\theta}_B^*)$.

(3) 最后, 根据这 B 个自助(Bootstrap)集合的直方图可确定概率密度函数. \hat{s}_{θ}^* 是 Bootstrap 重复 $\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \dots, \hat{\theta}_B^*$ 的样本标准差.

$$\hat{s}_{\theta}^* = \left[\frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (\hat{\theta}_b^* - \bar{\theta}^*)^2 \right]^{1/2} \quad (12)$$

式中, $\bar{\theta}^* = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\theta}_b^*$. 由式 $P(L \leq \hat{\theta} \leq U) = 1 - \alpha$ 可知, 可以使用 Bootstrap 重复的样本百分位数来定义置信区间. $\hat{\theta}$ 为 θ 的估计, 所以取 θ 的 $1 - \alpha$ 置信区间上、下界分别为 Bootstrap 重复的样本 $1 - \alpha/2$ 百分位数表示:

$$[\hat{\theta}_{\%, \text{low}}, \hat{\theta}_{\%, \text{up}}] \approx [\hat{\theta}_B^{*(\alpha/2)}, \hat{\theta}_B^{*(1-\alpha/2)}] \quad (13)$$

如果自助(Bootstrap)分布中 B 的数目足够大, 则 Bootstrap 直方图会是正态分布, 于是可以得到一个精确的置信区间.

1.3 基于小波变换的模态参数识别

小波变换是一种线性变换, 通过基小波 $g(t)$ 可将一个时域可积信号 $x(t)$ 转换为时频域 (a, t) 的信号 $W(a, t)$.

$$W(a, t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) g^* \left(\frac{t-\tau}{a} \right) d\tau \quad (14)$$

式中, 小波系数 $W(a, t)$ 为尺度因子 a 和时间 t 的函数, 表示在时频域上信号与基小波间相似度. 考虑到 Morlet 小波作为基小波直接应用于密频系统模态参数识别时由于频域分辨率不足导致密频模态无法完全解耦区分开^[9], 文中采用复 Morlet 小波作为基小波进行小波变换.

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi f_b}} (e^{i2\pi f_c t} - e^{-f_b(\pi f_c)^2}) e^{-t^2/f_b} \quad (15)$$

式中: f_c 是中心频率; f_b 是带宽频率. 其 Fourier 变换形式为

$$G(af) = e^{-\pi^2 f_b (af-f_c)^2} - e^{-\pi^2 f_b ((af)^2 + f_c^2)} \quad (16)$$

在实际应用中,假定 $\sqrt{f_b} f_c \geq \sqrt{2}$,则式中 $e^{-f_b(\pi f_c)^2}$ 可以忽略^[10].因此,式(15)和式(16)可变为

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi f_b}} e^{i2\pi f_c t} e^{-t^2/f_b} \quad (17)$$

$$G(af) = e^{-\pi^2 f_b (af-f_c)^2} \quad (18)$$

对于复 Morlet 小波,式(18)为傅里叶频率 f 和尺度因子 a 间的唯一关系式.极值化式(1)可以得到 $a=f_c/f$.

对于 N 个节点的多自由度线性系统,它的自由振动响应可以表达如下:

$$x(t) = \sum_k A_k e^{-2\pi\zeta_k f_k t} \cos(2\pi f_{dk} t + \theta_k) \quad (19)$$

式中: A_k 为第 k 阶模态幅值; θ_k 为相位角; f_k , f_{dk} 和 ζ_k 分别为第 k 阶无阻尼频率、有阻尼频率和阻尼比.其中, $f_{dk} = f_k \sqrt{1-\zeta_k^2}$.

将式(17)和式(19)代入式(14),可得

$$W(a, t) = \frac{\sqrt{a}}{2} \sum_{k=1}^N A_k e^{-2\pi\zeta_k f_k t} e^{-\pi^2 f_b (af_k-f_c)^2} e^{i(2\pi f_{dk} t + \theta_k)} \quad (20)$$

由第 k 阶尺度因子 $a_k = f_c/f_k$,可得

$$W(a_k, t) = \frac{\sqrt{a_k}}{2} A_k e^{-2\pi\zeta_k f_k t} e^{i(2\pi f_{dk} t + \theta_k)} = P_k(t) e^{iC_k(t)} \quad (21)$$

式中, $P_k = \frac{\sqrt{a_k}}{2} A_k e^{-2\pi\zeta_k f_k t}$, $C_k(t) = 2\pi f_{dk} t + \theta_k$.由此,

$$\frac{d \ln P_k(t)}{dt} = -2\pi\zeta_k f_k, \quad \frac{dC_k(t)}{dt} = 2\pi f_{dk} = 2\pi f_k \sqrt{1-\zeta_k^2}$$

求解式(20)和式(21)可得

$$f_k = \sqrt{\left(\frac{d \ln P_k(t)}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dC_k(t)}{dt}\right)^2} / 2\pi \quad (22)$$

$$\zeta_k = -\left(\frac{d \ln P_k(t)}{dt}\right) / 2\pi f_k \quad (23)$$

同时考虑分离相邻的频率成分和去除第 k 阶模态边界效应的影响,需满足^[3]

$$(2\alpha) \frac{f_{k,k+1}}{2\pi\Delta f_{k,k+1}} \leq \sqrt{f_b} f_c \leq \left(\frac{2\gamma}{\beta}\right) T f_k \quad (24)$$

式中, $\Delta f_{k,k+1} = f_{k+1} - f_k$, $f_{k,k+1} = (f_{k+1} + f_k)/2$. α , β , γ 是与高斯窗的重叠系数、期望精度水平、边界效应范围相关的系数,它们通常由经验值确定.

采用最小 Shannon 熵准则调整式(24)中带宽频率 f_b 和中心频率 f_c 来得到最优的时频分辨率,确定 f_b 和 f_c 值. Shannon 小波熵 E 的计算式为

$$E = - \sum_{k=1}^N D_k \log D_k \quad (25)$$

式中, $D_k = |W(a_k, t)| / \sum_{j=1}^N |W(a_j, t)|$.

1.4 IRDT-Bootstrap-WT 模态参数识别方法

图 1 为本文提出的模态参数识别方法 IRDT-Bootstrap-WT 的识别流程图.模态参数识别结果以自助分布平均值和自助分布 95% 置信区间表示.

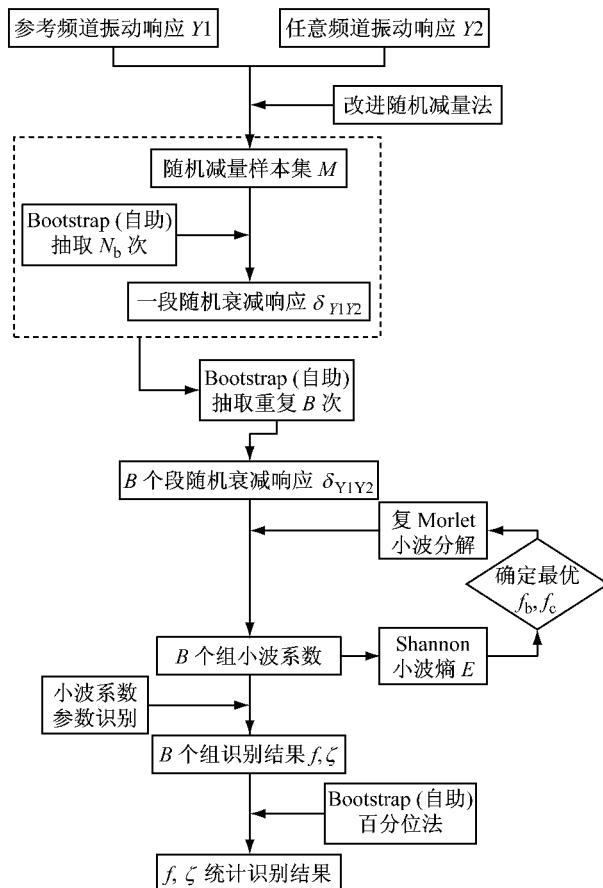


图 1 模态参数识别方法 IRDT-Bootstrap-WT 流程图

Fig.1 Scheme of the parameters identification method IRDT-Bootstrap-WT

2 数值验证与讨论

如图 2 所示的四自由度系统,其质量、刚度、阻尼分别为 $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 1 \text{ kg}$, $k_1 = k_3 = k_5 = 7000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, $k_2 = k_4 = 8000 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, $c_1 = c_3 = c_5 = 0.7 \text{ Ns} \cdot \text{m}^{-1}$, $c_2 = c_4 = 0.8 \text{ Ns} \cdot \text{m}^{-1}$. 在系统的每个质点上施加白噪声激励,激励时间为 300 s,采样频率为 100 Hz.

根据图 1 所示,识别流程进行系统模态参数识别.自助法中通过不同取值确定选取参数 B 为

1 000,既可以保证识别结果又能兼顾运算效率.复 Morlet 小波变换首先通过简单的谱峰值法确定 $0 \sim 30$ Hz 主要振型频率范围,根据式(24)确定系统主要振型的 $\sqrt{f_b} f_c$ 约介于 $[4.4, 50.2]$ 之间.其中, $\alpha=2, \gamma=0.2, \beta=4$. 根据式(25)确定当 $f_b=29, f_c=2.5$ 时,小波熵 E 最小,后续系统参数识别中小波变换均采用此系数.图 3 为当 $f_c=2.5$ 时,小波熵 E 随 f_b 的变化图.图 4 为一段自由衰减响应 δ_{m1m2} 小波变换时频图.一段 δ_{m1m2} 信号前两阶振型对应的小波系数幅值半对数 $\ln(B(t))$ 和相位角 $\varphi(t)$ 如图 5 所示.图中可见,各阶模态信号均受到边界效应的影响,低阶振型受到边界效应的影响要比高阶振型大.但在一定时长内模态信号具有近似线性、稳定的特征,采用这些时长作为分析长度可以提高分析精度.为了便于比较,后文的不同噪声水平下动力特性参数的识别采用相同的分析长度.

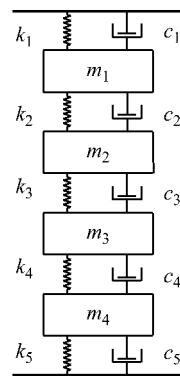
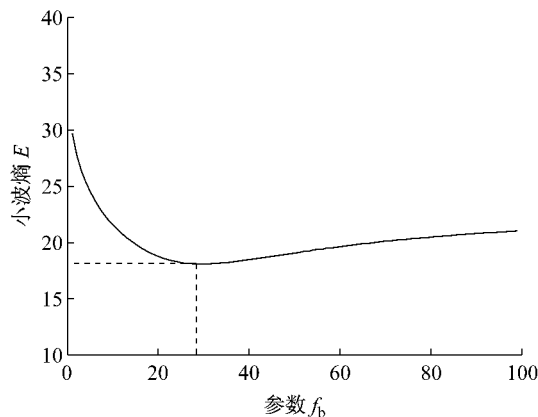
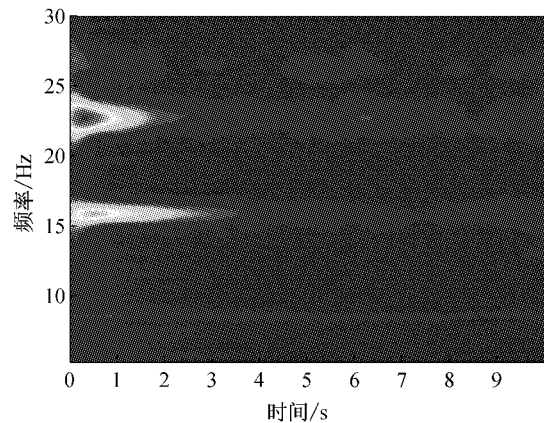
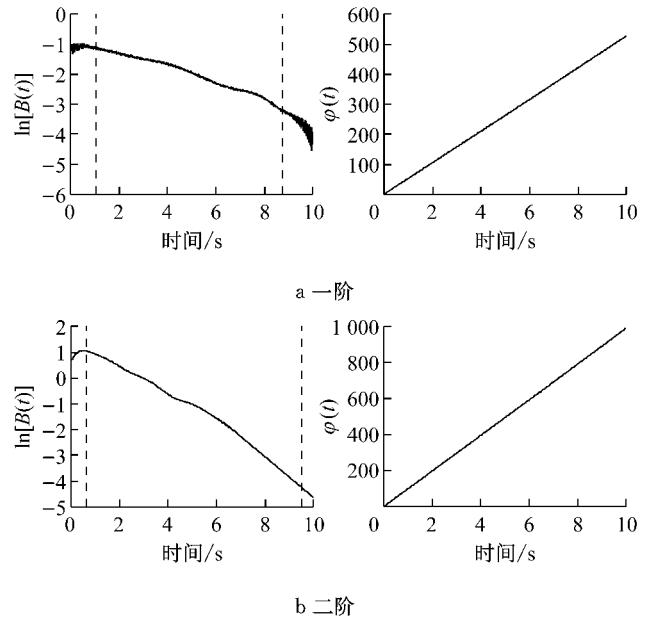


图 2 四自由度系统

Fig.2 Four-degree freedom system

图 3 当 $f_c=2.5$ 时,小波熵 E 与 f_b 关系图Fig.3 Variations of E with f_b in the case of $f_c=2.5$

运用本文方法处理质点 m_1 和 m_2 振动响应识别得到的各阶振动频率、振动阻尼比自助估计结果直方图如图 6 所示.相对于振动阻尼比而言,各阶振动

图 4 δ_{m1m2} 小波变换时频图Fig.4 Time-frequency image of δ_{m1m2} using WT图 5 δ_{m1m2} 前两阶模态信号 $\ln(B(t))$ 和 $\varphi(t)$ Fig.5 $\ln(B(t))$ and $\varphi(t)$ for the first two modes

频率的识别结果分布较为集中,可见系统响应在阻尼比上的灵敏度要明显低于振动频率.各阶振动阻尼比识别结果虽然相对离散,但识别结果基本符合正态分布.不同质点振动响应采用本文方法分析得到的振动频率、振动阻尼比分布规律基本吻合.四自由度系统模态参数识别结果如表 1 所示,表中同时列出本文方法(IRDT-Bootstrap-WT)、直接小波变换 RDT-WT 方法和传统 RDT-ITD 方法识别结果.识别结果表明,本文方法识别得到的频率最大识别误差为 0.26%,阻尼比的最大识别误差为 4.08%(二阶振型).与另外两种方法相比,该方法具有更高的识别精度,特别是阻尼比(RDT-WT 和 RDT-ITD 方法的最大识别误差达到 34.62%和 42.31%).

通过在各质点响应信号中加入白噪声模拟实测

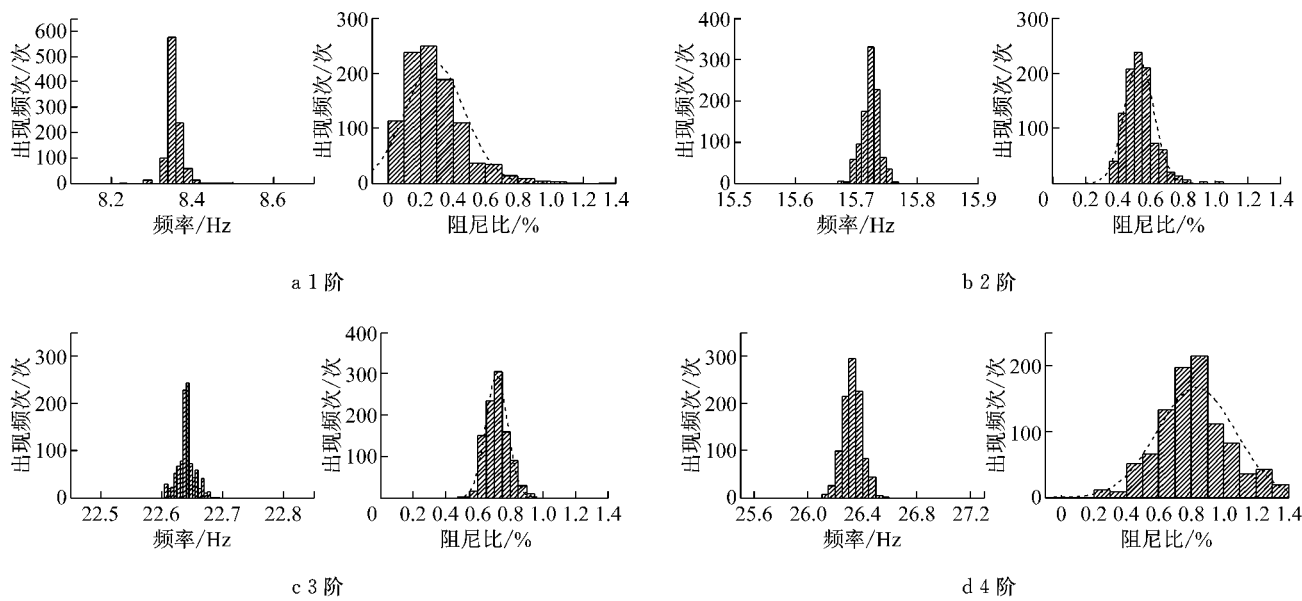


图 6 振动频率、阻尼比自助估计直方图

Fig.6 Histogram of bootstrap estimation results on the natural frequency and damping ratio

表 1 四自由度系统模态参数识别结果(三种方法)

Tab.1 Modal parameter identification results of the system using three different methods

振型阶次		1 阶	2 阶	3 阶	4 阶
频率	理论值/Hz	8.37	15.73	22.68	26.26
	IRDT-Bootstrap-WT 识别值 ^a /Hz	8.36	15.72	22.64	26.32
	误差/%	-0.12	-0.06	-0.18	0.23
	95%置信区间 ^b	[8.35,8.38]	[15.68,15.74]	[22.61,22.66]	[26.31,26.35]
	RDT-WT 识别值/Hz	8.38	15.74	22.62	26.31
	误差/%	0.12	0.06	-0.26	0.19
阻尼比	RDT-ITD 识别值/Hz	8.36	15.74	22.64	26.31
	误差/%	-0.12	0.06	-0.18	0.19
	理论值/%	0.26	0.49	0.71	0.83
	IRDT-Bootstrap-WT 识别值 ^a /%	0.27	0.51	0.71	0.82
	误差/%	3.85	4.08	0	-1.20
	95%置信区间 ^b	[0.26,0.29]	[0.50,0.52]	[0.70,0.71]	[0.80,0.83]
	RDT-WT 识别值/%	0.35	0.54	0.74	0.76
	误差/%	34.62	10.20	4.23	-8.43
	RDT-ITD 识别值/%	0.37	0.50	0.65	0.76
	误差/%	42.31	2.04	-8.45	-8.43

注: a 为以质点 m_1 振动响应为参考频道, $\delta_{m_1 m_2} \sim \delta_{m_1 m_4}$ 振动频率、阻尼比自助均值的平均值; b 为以质点 m_1 振动响应为参考频道, $\delta_{m_1 m_2}$ 振动频率、阻尼比 95% 置信区间。

响应中的噪声,分析在不同噪声水平下(信噪比 SNR 分别为 10,15,20,25,30,35,40 dB),模态参数识别的效果.不同噪声水平下各阶振动频率、阻尼比的识别结果如图 7.可以看出本文方法在振动频率和振动阻尼比识别上较另两种方法抗噪能力更强.当信噪比 SNR 大于 15 dB,本文方法识别结果基本完全稳定,而另两种方法识别结果在 SNR 大于 25 dB 后才逐渐稳定.和理论值相比,不同噪声水平下,本文方法频率识别的最大误差为 0.31%,阻尼比的最大识

别误差为 8.74%(二阶振型,SNR 为 10 dB),可见本文方法在白噪声干扰的情况下仍然能够准确地识别模态参数,但相比较无噪声情况,高噪声水平还是会导致识别结果变差.而另两种方法在不同噪声水平下振动频率识别误差分别为 0.26%和 0.33%,阻尼比识别误差分别为 43.08%和 45.08%,可见这两种方法在白噪声干扰的情况下振动频率同样有很高的识别精度,但阻尼比识别误差较大.

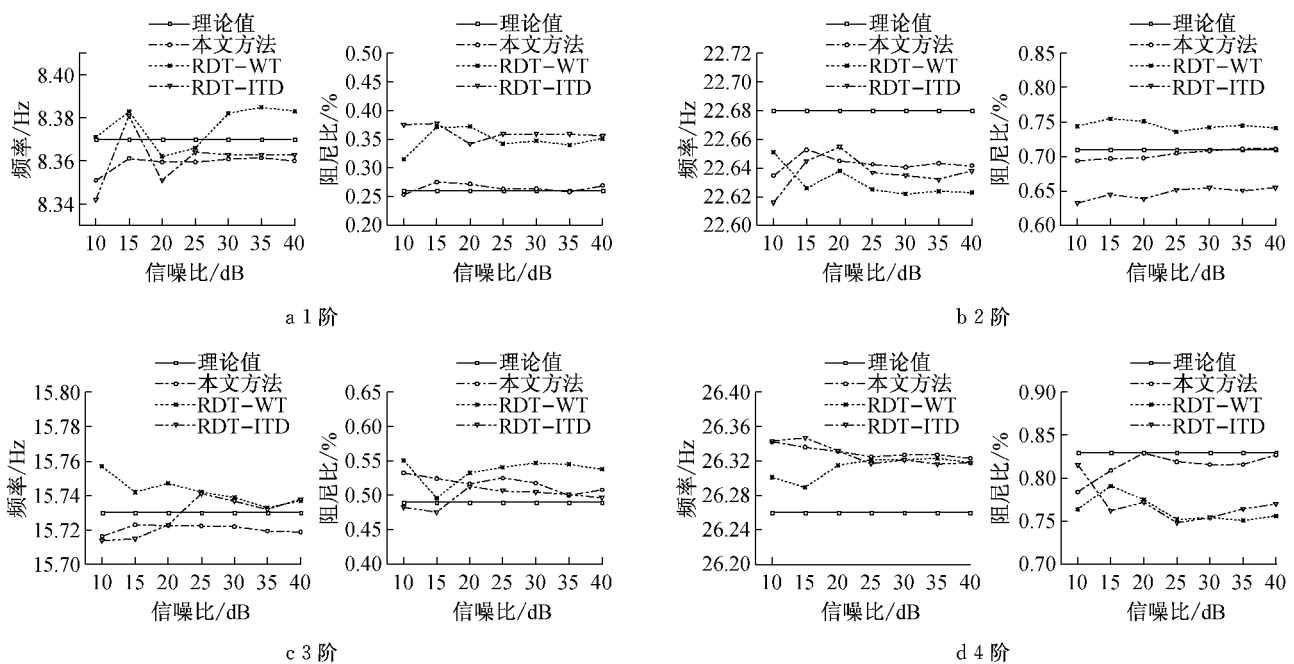


图 7 不同信噪比下各阶振动频率、阻尼比识别结果

Fig.7 Identification results of the natural frequency and damping ratio under different noise levels

3 结论

提出了一种新的基于改进随机减量法和小波变换的结构模态参数统计识别方法,通过理论推导和数值算例对该方法进行了验证.结果显示该方法

(1) 能够准确地识别出结构的振动频率和振动阻尼比,去除了近似平稳假定带来的参数识别偏差并采用自助均值降低了模态参数识别的不确定性,因此识别精度比直接小波变换和传统的时域方法更高,尤其是阻尼比的识别.

(2) 具有较好的抗噪能力,自助法抑制了噪声引起的识别结果的不确定性.在信噪比 ≥ 15 dB 时,识别的结果稳定、精度高,可适用于环境激励下的结构模态参数识别.

(3) 在实际应用中可采用多参考点的识别结果相互验证,以进一步提高识别结果的可靠性.

参考文献:

- [1] Staszewski W J. Identification of damping in modal systems using time-scale decomposition [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, 203(2): 283.
- [2] Slavic J, Simonovski I, Boltezar M. Damping identification using a continuous wavelet transform: application to real data

[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 262(2): 291.

- [3] Kijeswski T, Kareem A. Wavelet transform for system identification in civil engineering [J]. *Computer Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2003, 18: 339.
- [4] Kijewski C, Kareem A. Efficacy of hilbert and wavelet transforms for time-frequency analysis [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2006, 132(10): 1037.
- [5] Lardies J, Ta M N, Berthillier M. Modal parameter estimation based on the wavelet transform of output data[J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2004, 73: 718.
- [6] 闵志华,孙利民,孙智,等.基于小波变换和奇异值分解的模态参数识别方法[J].*同济大学学报:自然科学版*, 2009, 37(4): 460.
- MIN Zhihua, SUN Limin, SUN Zhi, *et al.* Modal parameters identification method based on wavelet transform and singular value decomposition [J]. *Journal of Tongji University: Natural Science*, 2009, 37(4): 460.
- [7] Chiang D Y, Lin C S. Identification of modal parameters from nonstationary ambient vibration data using correlation technique [J]. *AIAA Journal*, 2008, 46(11): 2752.
- [8] Efron B, Tibushirani R. An introduction to the bootstrap [M]. London: Chapman & Hall, 1993.
- [9] 罗广坤,张令弥.基于 Morlet 小波变换的模态参数识别研究 [J].*振动与冲击*, 2007, 26(7): 135.
- LUO Guangkun, ZHANG Lingmi. Study on identification of modal parameters based on Morlet wavelet transformation [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2007, 26(7): 135.
- [10] Sheen Y T, Huang C K. Constructing a wavelet-based envelope function for vibration signal analysis [J]. *Mechanical System and Signal Processing*, 2004, 18: 119.