

# 基于多观测向量的高光谱影像稀疏表达分类

孙伟伟<sup>1,2</sup>, 刘春<sup>3,4</sup>, 李巍岳<sup>5,6</sup>

- (1. 武汉大学 测绘遥感信息工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430079;  
2. 宁波大学 建筑工程与环境学院, 浙江 宁波 315211; 3. 同济大学 测绘与地理信息学院, 上海 200092;  
4. 现代工程测量国家测绘地理信息局重点实验室, 上海 200092; 5. 上海师范大学 城市发展研究院, 上海 200234;  
6. 矿山空间信息技术国家测绘地理信息局重点实验室, 河南 焦作 454000)

**摘要:** 针对传统的高光谱影像稀疏表达分类模型忽略像元间的内部结构关系且运算效率较低, 提出多观测向量的稀疏表达模型来研究高光谱影像分类. 该模型引入平衡参数来控制各权重系数向量的稀疏度, 通过最小化  $L_2$  范数约束的重构误差来求解所有测试像元的稀疏系数向量. 基于两个高光谱数据集, 对比 5 种常规分类器的分类结果来验证提出的方法. 实验结果表明, 多观测向量的稀疏表达分类模型在计算效率第二的同时能够得到最高分类精度.

**关键词:** 多观测向量; 稀疏表达; 高光谱影像; 分类

中图分类号: P237

文献标志码: A

## Sparse Representation Classification on Hyperspectral Imagery Based-Multiple Measurement Vectors

SUN Weiwei<sup>1,2</sup>, LIU Chun<sup>3,4</sup>, LI Weiyue<sup>5,6</sup>

- (1. State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, Hubei, China; 2. College of Architectural Engineering, Civil Engineering and Environment, Ningbo University, Ningbo 315211, Zhejiang, China; 3. College of Surveying and Geo-informatics, Tongji University, Shanghai 200092, China; 4. Key Laboratory of Advanced Engineering Survey of NASMG(National Administration of Surveying, Mapping and Geoinformation of China), Shanghai 200092, China; 5. Institute of Urban Studies, Shanghai Normal University, Shanghai 200234, China; 6. Key Laboratory of Mining Spatial Information Technology of NASMG, Jiaozuo 454000, China)

**Abstract:** Traditional sparse representation based classifiers ignore inter-connections among pixels and have high computational complexity when applied in hyperspectral

imagery (HSI) field. Therefore, a multiple measurement vectors based sparse representation classifier (MMV-SRC) model is proposed to solve the above problems. The model introduces a balance parameter to control the sparsity of coefficient vectors, and estimates sparse coefficient vectors of all testing pixels by minimizing reconstruction errors using the  $L_2$ -norm constraint. Experiments on two HSI datasets are implemented to test the performance of MMV-SRC, and the results are compared with those of five state-of-the-art classifiers. The results show that MMV-SRC achieves best classification accuracies among all whereas taking the second shortest computational time.

**Key words:** multiple measurement vectors; sparse representation; hyperspectral imagery; classification

高光谱遥感技术利用成像光谱仪能够获得地物在一定波段区间内的光谱响应曲线<sup>[1]</sup>. 不同地物在特定波段范围内的光谱响应特征不同, 因此可以利用高光谱影像分类来识别不同地物间的细微差异. 高光谱影像的分类结果对植被覆盖制图<sup>[2]</sup>、海洋环境监测<sup>[3]</sup>和资源勘查<sup>[4]</sup>等具有重要作用.

近年来, 稀疏表达理论的兴起为高光谱影像分类提供了新的研究思路和方法. 稀疏表达理论认为一个正常信号投影至特定的变换空间能够变为一个稀疏信号, 其中的少数非零元素能够很好继承原始信号的特性<sup>[5]</sup>. 稀疏表达理论是压缩感知技术的重要理论基础, 能够减少数据采集量并采用重构算法来恢复原始信号, 目前广泛应用于医疗成像、雷达探测和高光谱遥感成像技术等众多领域<sup>[6]</sup>. 高光谱遥

收稿日期: 2015-03-30

基金项目: 国家自然科学基金(41401389, 41371333); 对地观测技术国家测绘地理信息局重点实验室开放课题(K201505); 宁波市社发领域科技攻关项目(2014C50067); 宁波市自然科学基金(2014A610173); 宁波大学科研基金(XYL15001); 浙江省教育厅科研项目(Y201430436); 宁波大学学科建设项目(ZX2014000400); 上海师范大学一般科研项目(SK201525); 矿山空间信息技术国家测绘地理信息局重点实验室开放基金(KLM201309)

第一作者: 孙伟伟(1985—), 男, 工学博士, 副教授. 主要研究方向为高光谱遥感处理理论和方法及“3S”理论在城乡规划和海岸带资源环境管理中的应用研究. E-mail: nbsww@outlook.com

感领域中,假设代表同类地物的像元位于统一的子空间,在所有类别训练样本的光谱向量张成的高维空间中,任一像元的空间坐标将表现出明显的稀疏性,仅在同类地物的对应位置上不等于0,其余都近似或等于0<sup>[7]</sup>.在此基础上,利用重构算法计算每个像元的重构系数向量来确定其属于每一类的重构误差来实现分类.

当前学者利用稀疏表达理论在高光谱影像分类方面已做出一些探索. Chen 等提出基于光谱稀疏表达和重构的高光谱影像分类模型<sup>[7]</sup>,后又提出基于核稀疏表达的改进分类模型来改善分类结果<sup>[8]</sup>. Liu 等引入一阶加权邻域系统限制至非负稀疏表达模型中以改善高光谱影像的分类精度<sup>[9]</sup>. 近期,国内学者通过光谱维和空间维的联合表达和约束构建每类训练样本的稀疏字典及稀疏表示,并结合最小重构误差和领域相关性约束求解系数向量来实现分类<sup>[10]</sup>. 文献<sup>[11]</sup>提出随机矩阵-非负稀疏表达分类模型,改善传统稀疏表达模型中的等距特性以提高高光谱影像的分类精度<sup>[11]</sup>. 当前的稀疏表达模型用于高光谱影像分类主要从单个像元的角度来研究,将一个像元的光谱响应曲线作为单观测向量,利用重构算法来计算其稀疏系数向量进而实现分类. 然而高光谱影像作为一个整体数据集,单观测向量(单一像元的光谱向量)的研究视角容易忽略各像元间的相互影响或作用. 其次,单观测向量的稀疏表达分类模型遍历单个像元的光谱向量来确定每个像元的类别归属,然而高光谱数据中像元数量巨大,这导致当前稀疏表达分类模型的计算效率较低.

因此,本文引入多观测向量理论,提出基于多观测向量的稀疏表达分类模型(multiple measurement vectors based sparse representation classification, MMV-SRC),对所有像元同时实现稀疏系数向量求解,利用  $L_2$  范数约束和稀疏度平衡因子来同时保证各系数向量的稀疏特性,改善现有的单观测向量的稀疏表达分类模型. 利用两个高光谱影像数据实验,对比传统的稀疏表达模型,证明本文的分类模型的有效性.

## 1 多观测向量理论

多观测向量基于线性代数理论,扩展压缩感知技术中的单观测向量稀疏表达模型,最早被用来解决脑磁图扫描技术中的神经磁的求逆问题<sup>[12]</sup>. 假设将一  $L$  维不含噪声的信号  $y \in \mathbf{R}^{L \times 1}$  在某组特定变换

基  $\{a_i\}_{i=1}^M$  ( $a_i$  为  $M$  维列向量)下展开,

$$y = \sum_{i=1}^M \theta_i a_i = \mathbf{A} \mathbf{x} \quad (1)$$

式中:  $\theta_i = \langle y, a_i \rangle = a_i^T y$ ;  $\mathbf{A} = [a_1, a_2, \dots, a_M] \in \mathbf{R}^{L \times M}$  为字典矩阵(满足  $\mathbf{A} \mathbf{A}^T = \mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{I}$ ); 系数向量  $\mathbf{x} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M]^T$  为  $K$ -稀疏的,即非零系数的个数  $K \ll M$ . 进一步,假设数据集  $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]$  包含  $N \geq L$  个信号,将每一信号  $y_i$  按照列方向进行排列,式(1)可转换为多观测向量问题<sup>[13]</sup>:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{X} \quad (2)$$

式中,  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_N]$  是稀疏系数矩阵,任一信号向量  $y_i = \mathbf{A} x_i$ . 由于涉及稀疏矩阵  $\mathbf{X}$  中所有向量  $x_i$  的求解,常规重构算法无法直接应用到式(2)的病态方程求解中. 类似于压缩感知的重构问题,式(2)的求解可以转换为  $L_p$  范数优化问题:

$$\operatorname{argmin} \|\mathbf{X}\|_p = \min \left\| \left( \sum_{j=1}^N x_{ij} \right)_{i \in \Omega} \right\|_p, \quad (3a)$$

$$\Omega = \{1, 2, \dots, M\} \quad (3b)$$

式中,  $\left\| \left( \sum_{j=1}^N x_{ij} \right)_{i \in \Omega} \right\|_p$  为稀疏系数矩阵  $\mathbf{X}$  的  $p$ -阶范数,  $p=0, 1, 2$  或介于 1 和 2 之间. 当  $p=0$  时,式(3)转换为  $L_0$  范数问题,其中最优解为找寻  $\mathbf{X}$  中非零元素的个数  $|\mathbf{S}| := \operatorname{supp}(\mathbf{X}) := \{1 \leq i \leq m; x_i \neq 0\}$ ,  $x_i$  为稀疏系数矩阵  $\mathbf{X}$  中的任意一行. 理论证明当且仅当  $\mathbf{X}$  中非零元素个数,即  $|\mathbf{S}|$  小于  $(\operatorname{spark}(\mathbf{A}) + \operatorname{rank}(\mathbf{Y}) - 1)/2$  时,  $L_0$  范数优化问题具有唯一解,其中  $\operatorname{spark}(\mathbf{A})$  是字典矩阵  $\mathbf{A}$  中非线性独立列即相互独立的列向量的最小个数,  $\operatorname{rank}(\mathbf{Y})$  是稀疏系数矩阵  $\mathbf{Y}$  的秩数. 考虑到  $L_0$  范数优化问题的计算复杂性较高,通常将  $L_0$  范数问题松弛为  $L_1, L_{1,2}, L_2$  范数优化问题,将非凸问题转为凸优化问题,利用非线性优化算法来得到最优解,如基于  $L_{1,2}$  范数约束的谱投影梯度 SPG 算法<sup>[14]</sup>、基于  $L_2$  范数约束的普化子空间追踪算法<sup>[15]</sup>和稀疏随机卡茨马尔兹算法<sup>[16]</sup>.

## 2 基于多观测向量的稀疏表达分类

假定归一化的高光谱影像数据集为  $\mathbf{Y} = \{y_i\} \in \mathbf{R}^{L \times N}$ , 其中  $N$  为像元的个数,  $L$  为波段数(光谱向量的维数). 假设  $\mathbf{Y}$  共包含  $c$  个类别,训练样本总数为  $M$ ,且第  $r$  个类别包含的训练样本为  $\{a_j^r\}, j=1, 2, \dots, m_r$ , 其中  $m_r$  为第  $r$  类别的训练样本个数. 高光谱影像的 MMV-SRC 分类是基于多观测向量理论来

优化求解高光谱影像的非负稀疏系数矩阵,根据各个像元的稀疏系数向量对应的每一类别的重构误差来确定该像元的类别归属.

## 2.1 高光谱影像的多观测向量稀疏表达模型

稀疏表达模型假设高光谱影像中同类地物的所有像元都位于统一的高维特征空间. 如果任一像元  $y$  属于第  $r$  类地物,其光谱向量可以看作是位于由第  $r$  类地物的训练样本张成的子空间,即  $y$  可表达为训练样本矩阵的线性组合<sup>[7]</sup>. 进一步,在考虑实际高光谱影像噪声的情况下,如果将像元  $y$  在所有类别的训练样本构成的高维空间中展开,则

$$\begin{aligned} y_{L \times 1} &= a_1^1 \theta_1^1 + a_2^1 \theta_2^1 + \cdots + a_1^r \theta_1^r + a_2^r \theta_2^r + \cdots + a_{m_c}^c \theta_{m_c}^c + e \\ &= (\mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2 \cdots \mathbf{A}_r \cdots \mathbf{A}_c) \begin{pmatrix} \theta^1 \\ \vdots \\ \theta^r \\ \vdots \\ \theta^c \end{pmatrix} + e \\ &= \mathbf{A} \mathbf{x} + e \end{aligned} \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{A}$  为所有类别的训练样本构成的字典矩阵;  $\mathbf{x} = [\theta^1, \theta^2, \dots, \theta^r]^T$  为像元  $y$  在训练样本中所有光谱向量所对应的权重系数向量;  $e$  为高光谱影像采集过程中存在的随机噪声. 当采用多观测向量理论将所有像元的光谱向量排列为一个列矩阵时,式(4)转换为多观测向量的稀疏表达模型,如式(5)所示:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{E} \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_N] \in \mathbf{R}^{L \times N}$  为高光谱数据集;  $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_N]$  是每个像元的稀疏系数向量排列构成的稀疏系数矩阵,任一光谱向量  $y_i = \mathbf{A} x_i$ ;  $\mathbf{E} = [e_1, e_2, \dots, e_N]$  为高光谱影像的随机噪声矩阵. 可以看出,式(5)中的矩阵  $\mathbf{X}$  是非负的稀疏系数矩阵. 位于第  $r$  类的像元  $y_i$  可以由其同一类别的光谱向量来线性表达,因此  $x_i$  为稀疏向量即  $x_i = [0, \dots, 0, \theta_1^r, \theta_2^r, \dots, \theta_{m_c}^r, 0, \dots, 0]^T$ . 考虑光谱响应值及权重系数的非负性和归一性,第  $r$  类训练样本对应的权重系数应非负,即  $\theta_j^r \geq 0, j = 1, 2, \dots, m_r$ , 且  $\sum_{i=1}^M \theta_i = 1$ .

## 2.2 稀疏系数矩阵的求解及高光谱影像分类

式(5)中,由于  $L \leq M$ ,系数向量  $\mathbf{X}$  并不存在唯一解,其求解过程是一个非凸问题. 通常,式(5)中  $\mathbf{X}$  的非零元素通过求解  $L_0$  范数的非线性优化问题得到:

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X}} \left\| \left( \sum_{j=1}^N x_{ij} \right)_{i \in \Omega} \right\|_0 \quad (6a)$$

$$\text{s. t. } \Omega = \{1, 2, \dots, M\}, \mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{E} \text{ 和 } \mathbf{X} \geq 0 \quad (6b)$$

考虑到  $L_0$  范数优化问题的计算复杂度较高,同时考

虑到实际优化过程中的逼近误差,本文松弛式(6)中的目标函数至对稀疏矩阵的列向量的  $L_1$  范数优化问题,

$$\hat{\mathbf{X}} =$$

$$\arg \min_{\mathbf{X}} \left[ \beta \sum_{j=1}^N \|\mathbf{X}(:, j)\|_1 + \|\mathbf{Y} - \mathbf{A} \mathbf{X}\|_2 \right] \quad (7a)$$

$$\text{s. t. } \mathbf{X} \geq 0 \quad (7b)$$

式中,  $\mathbf{X}(:, j)$  为系数矩阵  $\mathbf{X}$  的第  $j$ -列向量,平衡参数  $\beta > 0$  用来控制稀疏矩阵  $\mathbf{X}$  在列方向的稀疏度大小. 进一步,式(7)的求解转换为以下非负限制的最小二乘优化问题:

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X}} \|\tilde{\mathbf{Y}} - \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{X}\|_2 \quad (8a)$$

$$\text{s. t. } \mathbf{X} \geq 0 \quad (8b)$$

式中:  $\tilde{\mathbf{Y}} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y} \\ \mathbf{0}_{1 \times N} \end{pmatrix}$ ;  $\tilde{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} \\ \sqrt{\beta} \mathbf{e}_{1 \times M} \end{pmatrix}$ ;  $\mathbf{0}_{1 \times N} \in \mathbf{R}^{1 \times N}$  是一个元素为 0 的行向量;

$\mathbf{e}_{1 \times M} \in \mathbf{R}^{1 \times M}$  是一个元素为 1 的行向量. 式(8)的逼近误差最小化问题可以采用普化子空间追踪算法<sup>[15]</sup>和稀疏随机卡茨马尔兹算法<sup>[16]</sup>来得到最优解. 本文采用稀疏随机卡茨马尔兹算法来求解式(8)的最小二乘优化问题. 该方法以随机矩阵作为系数矩阵的初值,然后通过选取系数矩阵  $\mathbf{X}$  中具有最大  $L_2$  范数值的行向量来逐步迭代更新系数矩阵中的系数向量,更新原则如下:

$$\mathbf{x}^{(i)} = \mathbf{x}^{(i-1)} + \frac{\tilde{\mathbf{y}}_i - \langle \mathbf{w}_j \odot \tilde{\mathbf{a}}_i, \mathbf{x}^{(i-1)} \rangle}{\|\mathbf{w}_j \odot \tilde{\mathbf{a}}_i\|_2} (\mathbf{w}_j \odot \tilde{\mathbf{a}}_i)^T, i$$

$$= 1, 2, \dots, M \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{x}^{(i)}$  是稀疏系数矩阵  $\mathbf{X}$  中第  $i$  行向量;  $\tilde{\mathbf{y}}_i$  为观测矩阵  $\tilde{\mathbf{Y}}$  的第  $i$  列向量;  $\tilde{\mathbf{a}}_i$  为字典矩阵  $\tilde{\mathbf{A}}$  的第  $i$  列向量;  $\odot$  是阿达玛元素乘积算子;  $\mathbf{w}_j$  为迭代权重,用来控+和更新行向量  $\mathbf{x}^i$  中的稀疏元素;  $j$  为当前迭代次数. 当迭代产生的逼近误差到达既定阈值时,迭代停止,得到式(8)在局部最小逼近误差条件下的稀疏系数矩阵作为最优解  $\hat{\mathbf{X}}$ .

根据稀疏表达理论,系数矩阵  $\hat{\mathbf{X}}$  中的每一列的非零元素可用以判该列所对应的像元的地物类别. 然而由于实际噪声的影响,非零元素可能出现在多种地物类别对应的位置上. 因此,采用每一类训练样本对应的逼近误差来判断该地物类别. 通过式(10)中二阶范数计算得到该像元对每一类训练样本的逼近误差,其误差最小值对应的类别则为该像元的地物类别,

$$\text{Class}(y_i) =$$

$$\arg \min_r \|\hat{\mathbf{y}}_i - \mathbf{A}_r \hat{\boldsymbol{\theta}}^r\|_2, r = 1, 2, \dots, c \quad (10)$$

式中:  $\tilde{y}_i = \tilde{A}\hat{x}_i$  为任一像元  $y_i$  的稀疏系数重构得到的光谱向量;  $\hat{\theta}^r$  为任一像元的稀疏系数向量  $\hat{x}_i$  中第  $r$  类地物对应的系数组成的向量子集,  $\hat{\theta}^r = [\theta_1^r, \theta_2^r, \dots, \theta_{m_r}^r]^T \subset \hat{x}_i$ .

### 2.3 高光谱影像的 MMV-SRC 分类流程

高光谱影像的 MMV-SRC 分类的流程如下:

① 基于归一化的高光谱训练样本矩阵  $A$ , 利用式(5)构造多观测向量的稀疏表达模型; ② 将式(5)转换为(8)的基于  $L_2$  范数约束下逼近误差最小化的目标优化问题; ③ 采用稀疏随机卡茨马尔兹算法, 利用式(9)的迭代更新策略来求解式(8)的逼近误差优化问题, 最终得到稀疏系数矩阵  $\hat{X}$ ; ④ 计算每一像元对于每一类别的逼近误差, 利用式(10)中的最小逼近误差确定其类别.

小为  $307 \times 307$  像素, 覆盖美国德克萨斯州科帕拉斯区域(靠近胡德堡), 如图 2 所示. 对原始的 210 波段数据进行预处理, 移除低噪比波段区间 [1-4, 76, 87, 101~111, 136~153, 198~210], 剩余 162 波段, 包含 22 种主要地物, 各地物的训练和测试样本信息见表 2.

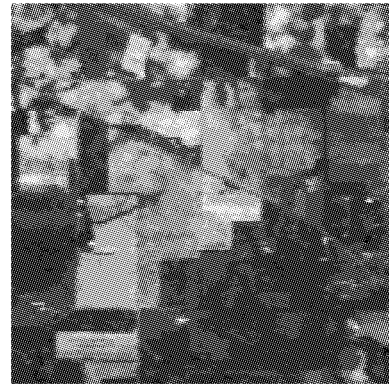


图 1 Indian 数据  
Fig.1 Indian dataset

## 3 实验和分析

### 3.1 实验数据

印第安纳数据(下文简称 Indian)来自美国普渡大学遥感应用实验室. 数据由美国 JPL 成像光谱仪于 1992 年 6 月 12 日采集得到, 空间分辨率为 20 m, 光谱分辨率为 10 nm, 光谱区间为 200~2 400 nm, 预处理后波段数为 200. 图 1 为覆盖西拉法叶地区西部 8 km 的一小块区域, 包含  $145 \times 145$  像素. 图中共包含 16 类主要地物, 其训练和测试样本信息见表 1.

城市数据(简称 Urban)是美国陆军地理空间中心获取的 HYDICE 数据. 数据采集于 1995 年 10 月, 空间分辨率为 2 m, 光谱分辨率为 10 nm. 影像大



图 2 Urban 数据  
Fig.2 Urban dataset

表 1 Indian 数据的训练和测试样本信息

Tab.1 Training and testing sample information in Indian dataset

类别				类别			
类名		样本		类名		样本	
类号	类名	训练	测试	类号	类名	训练	测试
1	Alfalfa	9	37	9	Oats	4	16
2	Corn-notill	286	1 142	10	Soybean-notill	194	778
3	Corn-mintill	166	664	11	Soybean-mintill	491	1 964
4	Corn	47	190	12	Soybean-clean	119	474
5	Grass-pasture	97	386	13	Wheat	41	164
6	Grass-trees	146	584	14	Woods	253	1 012
7	Grass-pasture-mowed	7	21	15	Buildings-Grass-Trees-Drives	77	309
8	Hay-windrowed	96	382	16	Stone-Steel-Towers	19	74
		总数				2 052	8 197

### 3.2 实验分析

本节利用 Indian 和 Urban 高光谱影像数据集设计三组实验来验证 MMV-SRC 方法的性能. 实验采用平均分类精度(average classification accuracy,

ACA) 和总体分类精度(overall classification accuracy, OCA)来定量评价分类结果. 首先, 对比几种典型的分类器的结果来测试 MMV-SRC 的分类效果. 采用的对比模型有常用的 K-近邻(K-nearest

表 2 Urban 数据的训练和测试样本信息

Tab.2 Training and testing sample information in Urban dataset

类别		样本		类别		样本	
类号	类名	训练	测试	类号	类名	训练	测试
1	AsphaltDrk	17	68	12	Roof02BGvl	8	31
2	AsphaltLgt	12	45	13	Roof03LgtGray	7	28
3	Concrete01	25	99	14	Roof04DrkBrn	17	67
4	VegPasture	47	189	15	Roof05AChurch	18	67
5	VegGrass	25	102	16	Roof06School	13	51
6	VegTrees01	53	210	17	Roof07Bright	15	59
7	Soil01	23	90	18	Roof08BlueGrn	9	36
8	Soil02	11	42	19	TennisCrt	19	77
9	Soil03Drk	12	47	20	ShadedVeg	8	32
10	Roof01Wal	24	94	21	ShadedPav	13	51
11	Roof02A	18	73	22	VegTrees01	52	210
		总数				446 1 768	

neighbors, KNN) 分类器、支持向量机 (support vector machine, SVM) 分类器和基于随机测量矩阵的非负稀疏表达模型 (random matrix based nonnegative sparse representation, RM-NSR)<sup>[11]</sup> 和常规的非负稀疏表达模型 (nonnegative sparse representation, NSR)<sup>[17]</sup>. 其中 KNN 分类器采用欧氏距离作为相似性度量; SVM 分类器中采用径向基核函数, 其方差和惩罚因子通过交叉验证获得; RM-NSR 模型采用平滑  $L_0$  范数法<sup>[18]</sup> 来重构稀疏系数向量 (简称为 RM-NSR( $L_0$ )); NSR 方法采用正交匹配追踪法 (orthogonal matching pursuit, OMP)<sup>[19]</sup> 来重构稀疏系数向量 (简称为 NSR(OMP)). 其次, 通过计算实验来对比分析以上 5 种分类方法的计算效率. 最后, 研究平衡参数  $\beta$  对 MMV-SRC 分类器的分类性能的影响.

表 3 Indian 和 Urban 数据中五种分类器的分类结果对比

Tab.3 Contrast in classification results of five classifiers on Indian and Urban datasets

数据集	精度	分类器				
		MMV-SRC	KNN	SVM	RM-NSR( $L_0$ )	NSR(OMP)
Indian 数据	ACA/%	92.36( $\pm 0.042$ 1)	72.68( $\pm 0.006$ 4)	86.48( $\pm 0.004$ 8)	90.16( $\pm 0.045$ 2)	88.57( $\pm 0.039$ 6)
	OCA/%	95.04( $\pm 0.052$ 6)	75.35( $\pm 0.007$ 2)	88.23( $\pm 0.008$ 2)	93.71( $\pm 0.057$ 3)	90.42( $\pm 0.050$ 1)
Urban 数据	ACA/%	95.37( $\pm 0.022$ 6)	85.94( $\pm 0.019$ 4)	86.33( $\pm 0.021$ 0)	92.69( $\pm 0.023$ 7)	90.37( $\pm 0.031$ 4)
	OCA/%	97.24( $\pm 0.030$ 2)	92.77( $\pm 0.012$ 8)	94.11( $\pm 0.017$ 7)	96.52( $\pm 0.040$ 2)	95.58( $\pm 0.037$ 1)

图 3 对比 Indian 数据和 Urban 数据中 5 种分类器得到的每一类地物的分类精度. 从图 3a 看出, 相比其他分类器, KNN 分类器得到的每一类地物的分类精度较低. SVM 分类器得到的大多数地物的分类精度低于 RM-NSR( $L_0$ ) 和 NSR(OMP), 但每一类地物得到的分类精度都高于 KNN. RM-NSR( $L_0$ ) 和 NSR(OMP) 分类器得到的单一地物的分类结果较为接近, 不过 RM-NSR( $L_0$ ) 的多数地物的分类精度

## (1) 分类结果对比

MMV-SRC 分类模型和 KNN, SVM, RM-NSR ( $L_0$ ) 及 NSR(OMP) 分类模型的结果见表 3. 表中, 括号内数字为标准差. 其中 MMV-SRC 分类器中, 迭代次数为 5, Indian 数据和 Urban 数据的非零行向量初始值个数分别为 400 和 200. Indian 和 Urban 数据中, KNN 分类器中邻域大小  $k=3$ . RM-NSR ( $L_0$ ) 分类器中, Indian 数据的随机矩阵的投影维数  $P$  为 65, 平滑  $L_0$  范数约束中最小重构误差阈值为 0.000 1, 迭代次数为 100, 重构误差下降因子为 0.5; Urban 数据的随机矩阵的投影维数  $P$  为 50, 平滑  $L_0$  范数约束中最小重构误差阈值为 0.001, 迭代次数为 80, 重构误差下降因子为 1.2. NSR(OMP) 分类器中, Indian 数据的 OMP 重构方法的阈值设置为 0.000 1, 迭代次数为 10; Urban 数据的 OMP 重构方法的阈值设置为 0.000 5, 迭代次数为 20.

从表 3 看出, Indian 和 Urban 数据中 KNN 的分类精度最低, 比 SVM 的 ACA 和 OCA 值低幅分别超过 10%, 这说明 SVM 的分类性能高于 KNN 分类器. KNN 和 SVM 分类器的 ACA 和 OCA 值低于 RM-NSR( $L_0$ ) 和 NSR(OMP), 这说明单观测向量的稀疏表达模型分类性能高于常规 KNN 和 SVM 分类器. RM-NSR( $L_0$ ) 的分类精度 ACA 和 OCA 分别高于 NSR 分类器, 这同文献[11]中的研究结论保持一致. MMV-SRC 的 ACA 和 OCA 分类精度高于 RM-NSR( $L_0$ ) 和 NSR(OMP), 这说明多观测向量的稀疏表达模型分类结果优于单变量的稀疏表达模型 RM-NSR( $L_0$ ) 和 NSR(OMP).

稍高于 NSR 分类器, 这使得 RM-NSR 的分类精度 OCA 和 ACA 都较高. MMV-SRC 得到的每一类地物的分类精度都较高, 大多数单一地物的分类精度都高于其他 4 类分类器, 尤其在 Indian 数据中的第 4 类 (Corn, 玉米) 和 Urban 数据中第 20 类 (ShadedVeg, 遮蔽的植被) 和第 21 类 (ShadedPav, 遮蔽的道路). 因此, 以上 5 种分类器的分类精度结果由高至低排序如下: MMV-SRC、RM-NSR、NSR、

SVM、KNN.

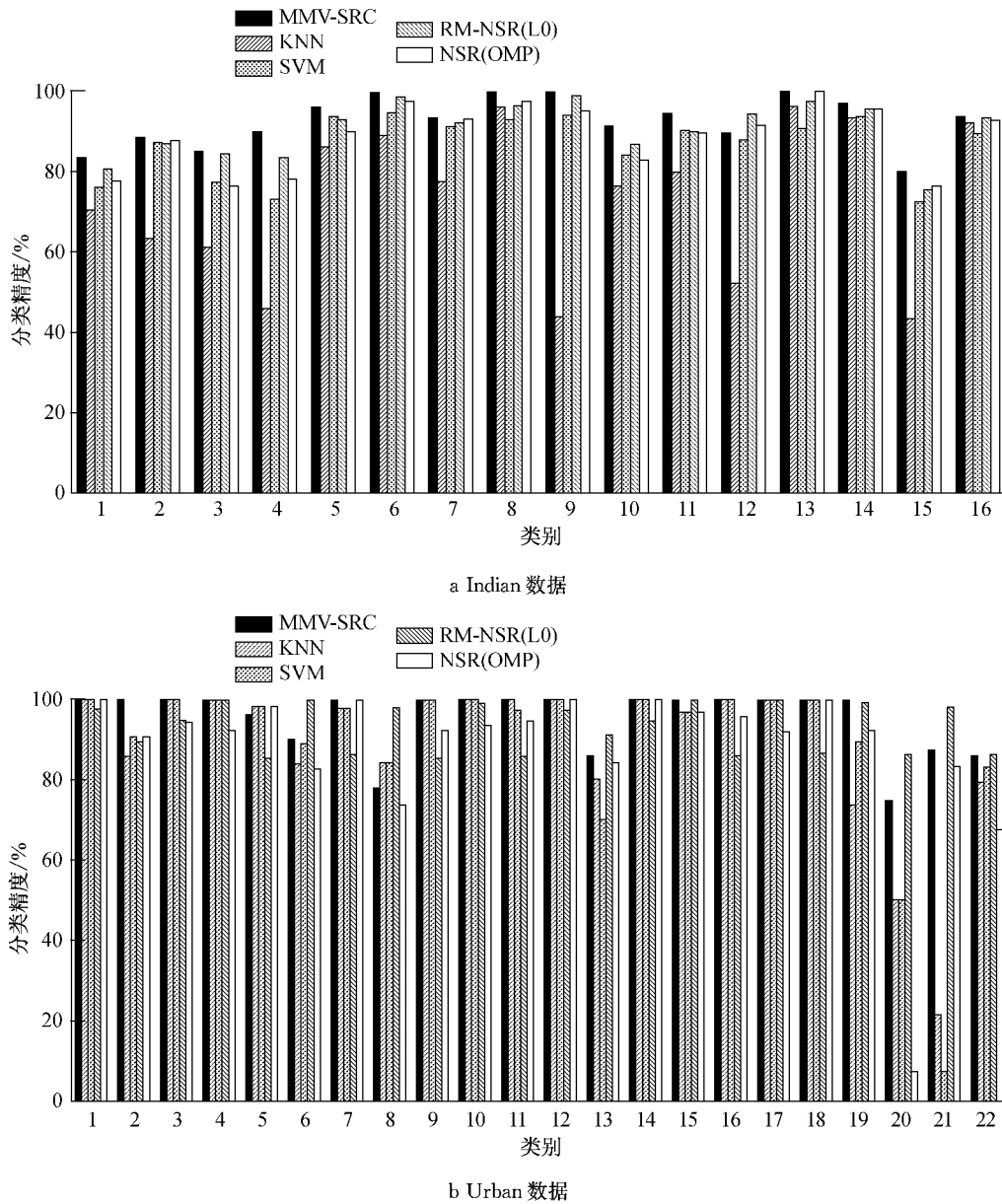


图 3 Indian 数据和 Urban 数据中 5 种分类器得到的每一类地物的分类精度

Fig.3 Classification accuracies of each ground object from five classifiers on Indian and Urban datasets

(2) 计算时间对比

表 4 列出 MMV-SRC 和其他 4 种分类器对 Indian 和 Urban 数据集的测试样本进行分类的计算时间. 5 种分类器的算法都通过 MATLAB 2014a 编程实现, 运算环境为联想 i5-4570 四核处理器, 8GB 内存和 Windows 7 操作系统. Indian 数据和 Urban 数据的 5 种分类器的参数设置同实验(1)保持一致. 从表 4 看出, KNN 分类器的计算效率最高, 所需的计算时间最短. SVM 分类所需的计算时高于 KNN 分类器, 但计算速度明显优于 RM-NSR(L<sub>0</sub>) 和 NSR(OMP) 分类器, 这是因为 RM-NSR(L<sub>0</sub>) 和 NSR

表 4 Indian 和 Urban 数据中 5 种分类器的计算时间对比

Tab.4 Contrast in computational times of five classifiers on Indian and Urban datasets

数据集	计算时间/s				
	MMV-SRC	KNN	SVM	RM-NSR(L <sub>0</sub> )	NSR(OMP)
Indian 数据	183.70	2.900	317.42	1 438.22	9 845.92
Urban 数据	4.80	0.24	8.79	26.23	239.93

(OMP) 分类器包含大量的非线性优化运算. RM-NSR(L<sub>0</sub>) 分类器的运算效率高于 NSR(OMP), 这是由于 OMP 算法比平滑 L<sub>0</sub> 重构方法的计算复杂度高很多. MMV-SRC 分类器所需的计算时间高于 KNN 分类器, 但其计算速度优于 SVM、RM-NSR(L<sub>0</sub>) 和

NSR(OMP)分类器. 因此, 以上 5 种分类器的计算速度从高至低排序分别如下: KNN、MMV-SRC、SVM、RM-NSR( $L_0$ )、NSR(OMP).

(3) 平衡参数  $\beta$  对 MMV-SRC 分类结果的影响

从式(9)中看出, 平衡参数  $\beta$  和最小二乘优化问题的目标解的关系显著, 其取值大小能够改变稀疏系数矩阵  $\mathbf{X}$  的非零元素的结构来影响后续的 MMV-SRC 分类结果. 因此, 本实验通过设置不同的平衡参数  $\beta$  取值来探求其与 MMV-SRC 的分类精度的关系. 实验中, Indian 数据和 Urban 数据中平衡参数  $\beta$  的取值区间都为  $[0.001, 0.005, 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 0.8, 1, 2, 3, 5, 7, 10]$ . Indian 数据中, MMV-SRC 的非零行向量初始值设置为 400, 迭代次数为 10; Urban 数据中, MMV-SRC 分类器的非零行向量初始值设置为 150, 迭代次数为 5.

考虑到分类精度 ACA 和 OCA 的变化趋势较为相似, 图 4 仅列出平衡参数  $\beta$  和总体分类精度 OCA

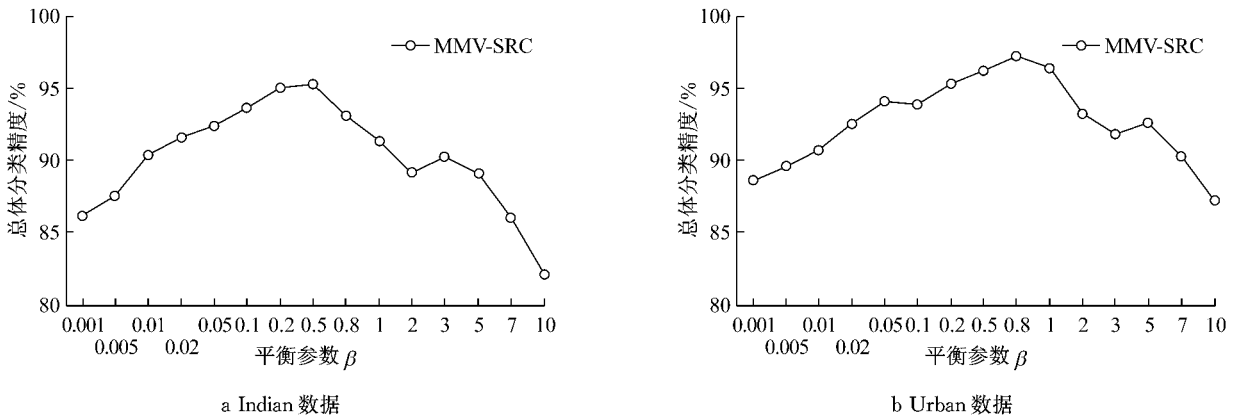


图 4 Indian 数据和 Urban 数据中平衡参数  $\beta$  对总体分类精度的影响关系图

Fig. 4 Effect from the balance parameter  $\beta$  and overall classification accuracy (OCA) in Indian and Urban datasets

## 4 结论和展望

考虑到单观测向量的高光谱影像稀疏表达分类模型的不足, 本文提出多观测向量的稀疏表达分类 (MMV-SRC) 模型. MMV-SRC 模型将求解测试样本中各像元的类别权重的稀疏系数矩阵的问题转换为基于  $L_2$  范数约束的逼近误差最小化问题, 同时通过引入平衡参数来调节各系数向量的稀疏度; 利用稀疏随机卡茨马尔兹算法来得到稀疏系数矩阵, 进而根据待测试样本对每一类地物的重构误差大小来确定类别. 采用 Indian 和 Urban 两个常用的高光谱数据集来验证 MMV-SRC 的分类性能. 实验结果表

明, 相比 KNN、SVM、RM-NSR( $L_0$ ) 和 NSR(OMP) 分类器, MMV-SRC 在具有第二计算速度的同时能够获得最高的分类精度 ACA 和 OCA 结果. RM-NSR( $L_0$ ) 和 NSR(OMP) 的分类结果高于常规的 KNN 和 SVM 分类器, 然而大量非线性优化运算导致这两种方法的计算效率较低, 尤其是 NSR(OMP) 分类器. 另一方面, 对 MMV-SRC 中平衡参数  $\beta$  与分类精度 OCA 的关系研究发现, 过小或过大的  $\beta$  都会影响 MMV-SRC 在实际中的分类效果. 由于  $\beta$  的取值范围和区间较大, 本文尚不能做到推荐一个比较合适的平衡参数, 只能根据实验结果建议在实际中尝试选择  $0.2 \sim 0.8$  区间内的值来得到较好的 MMV-SRC 分类结果. 后续的研究将引入参数估计

方法来自动或半自动估计得到较好的平衡参数 $\beta$ 。此外,本文的MMV-SRC方法涉及到一些其他参数如稀疏随机卡茨马尔兹算法中的迭代次数和非零行向量个数的初始值等,这些目前也只能通过人工估计来选取,这些参数的优化选取和估计也是后续研究需要解决的问题。

**致谢** 作者对王宽诚教育基金会对本研究工作的资助谨致谢忱。

### 参考文献:

- [1] 童庆禧,张斌,郑兰芬.高光谱遥感:原理,技术与应用[M].北京:高等教育出版社,2006.  
TONG Qingxi, ZHANG bing, ZHENG Lanfen. Hyperspectral remote sensing: principle, technology and application [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [2] Al-Moustafa T, Armitage R P, Danson F M. Mapping fuel moisture content in upland vegetation using airborne hyperspectral imagery[J]. Remote sensing of Environment, 2012, 127: 74.
- [3] Keith D J, Schaeffer B A, Lunetta R S, *et al.* Remote sensing of selected water-quality indicators with the hyperspectral imager for the coastal ocean (HICO) sensor[J]. International Journal of Remote Sensing, 2014, 35(9): 2927.
- [4] Bishop C A, Liu J G, Mason P J. Hyperspectral remote sensing for mineral exploration in Pulang, Yunnan Province, China[J]. International Journal of Remote Sensing, 2011, 32(9): 2409.
- [5] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289.
- [6] Divekar A, Ersoy O. Theory and applications of compressive sensing[D]. West Lafayette: Purdue University, 2010.
- [7] Chen Y, Nasrabadi N M, Tran T D. Hyperspectral image classification using dictionary-based sparse representation[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49(10): 3973.
- [8] Chen Y, Nasrabadi N M, Tran T D. Hyperspectral image classification via kernel sparse representation [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 51(1): 217.
- [9] Liu J, Guan H, Li J, *et al.* Sparse classification of hyperspectral image based on first-order neighborhood system weighted constraint[C]//Proceedings of 2005 SPIE Conference in Satellite Data Compression, Communications, and Processing X, Baltimore: SPIE, 2014: 91240Z-91240Z-8.
- [10] 宋相法,焦李成.基于稀疏表示及光谱信息的高光谱遥感图像分类[J].电子与信息学报,2012,34(2):268.  
SONG Xiangfa, JIAO Licheng. Classification of hyperspectral remote sensing image based on sparse representation and spectral information[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012,34(2):268.
- [11] 孙伟伟,刘春,施蓓琦,等.基于随机矩阵的高光谱影像非负稀疏表达分类[J].同济大学学报:自然科学版,2013,41(8):160.  
SUN Weiwei, LIU Chun, SHI Beiqi, *et al.* Random matrix-based nonnegative sparse representation for hyperspectral image classification [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2013, 41(8): 160.
- [12] Cotter S F, Rao B D, Engan K, *et al.* Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(7): 2477.
- [13] Chen J, Huo X. Sparse representations for multiple measurement vectors (MMV) in an over-complete dictionary [C]//Proceedings of 2005 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'05), Philadelphia: IEEE, 2005: iv/257-iv/260.
- [14] Van Den Berg E, Friedlander M P. Theoretical and empirical results for recovery from multiple measurements[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(5): 2516.
- [15] Feng J M, Lee C H. Generalized subspace pursuit for signal recovery from multiple-measurement vectors[C]//2013 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), Shanghai: IEEE, 2013: 2874-2878.
- [16] Aggarwal H K, Majumdar A. Extension of sparse randomized kaczmarz algorithm for multiple measurement vectors [C]//The 22nd International Conference on Pattern Recognition (ICPR). Stockholm: [s. n.], 2014: 1014-1019.
- [17] Wright J, Yang A Y, Ganesh A, *et al.* Robust face recognition via sparse representation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009, 31(2): 210.
- [18] Mohimani G, Babaie-Zadeh M, Jutten C. Fast sparse representation based on smoothed  $L_0$  norm [J]. Independent Component Analysis and Signal Separation, 2007(1): 389.
- [19] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655.