

泥沙颗粒团沉速

匡翠萍¹, 郑宇华², 顾杰², 马丹青²

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 上海海洋大学 海洋科学学院, 上海 201306)

摘要: 针对现有的泥沙沉速公式大多适用于单颗粒泥沙沉降的情形, 基于前人对单颗粒泥沙沉速规律的研究成果, 利用试验测得不同泥沙颗粒团在水中沉降时的沉速数据, 引入泥沙颗粒团特征粒径及附加粒径 2 个因子, 对多个广泛运用的单颗粒泥沙沉速公式进行了修正. 用修正后的公式计算得到的泥沙颗粒团沉速与用试验测得的泥沙颗粒团沉速较接近, 可推广运用到计算泥沙颗粒团在水中的沉降速率.

关键词: 泥沙; 颗粒团; 沉速; 特征粒径; 附加粒径

中图分类号: TV142+.1

文献标志码: A

Settling Velocity of Sediment Particle Clouds

KUANG Cuiping¹, ZHENG Yuhua², GU Jie², MA Danqing²

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. College of Marine Sciences, Shanghai Ocean University, Shanghai 201306, China)

Abstract: The most of previous sediment settling velocity formulas were suitable for single sediment particle. Based on the previous research results on single sediment particle settling velocity laws and the experimental data of sediment particle cloud during the settlement process in water body, the formulas for calculating the settling velocity of sediment particle cloud were proposed by introducing two factors, i. e., the characteristic particle size of sediment particle cloud and additional particle size, to correct the existing single sediment particle settling velocity formulas. The settling velocity values of sediment particle cloud calculated by the corrected formulas were very close to the experimentally measured settling velocity values of sediment particle cloud, which indicates the corrected formula can be applied to calculate the settling velocity of sediment particle clouds.

Key words: sediment; particle cloud; settling velocity; characteristic particle size; additional particle size

在天然河道中, 泥沙沉速的大小反映了泥沙颗粒在与水体相互作用时对水体阻力的抗拒能力^[1]. 泥沙沉速是标志泥沙运动特征的一个重要物理量. 在泥沙输运过程中, 泥沙颗粒不是以单颗粒形式沉降, 而是以部分颗粒或全部颗粒的形式成群下沉. 群体沉降与单颗粒沉降有较大不同, 需额外考虑颗粒间的相互作用以及水体中颗粒的浓度对水流特性的影响. 本文根据试验测得的泥沙颗粒团在水中沉降时的沉速数据, 研究不同粒径组成及不同泥沙颗粒团体积时泥沙颗粒团的沉降特性, 并基于前人研究所得的泥沙沉速公式, 引入泥沙颗粒团特征粒径及附加粒径因子, 使泥沙单颗粒沉速公式同样适用于泥沙颗粒团的沉速计算, 并使计算精度大幅提高.

1 泥沙沉速的研究进展

泥沙颗粒沉速公式的研究最早是从单颗粒圆球在静止流体中的受力分析出发, 利用力的平衡原理, 得到如下极限沉速公式^[2]:

$$\omega_d^2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{C_d} \cdot \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g d \quad (1)$$

式中: ω_d 为泥沙颗粒(球体)的沉速; C_d 为阻力系数; γ_s 为泥沙容重; γ 为流体(水)容重; g 为重力加速度; d 为泥沙颗粒直径.

1851年, Stokes^[3]忽略 Navier-Stokes 方程中所有的惯性项, 用流函数法从理论上推导出了层流区单颗粒球体的阻力系数, 得到了著名的 Stokes 球体沉速公式. Oseen 和 Goldstein^[4]在 Stokes 的分析基础上, 做了进一步的推导, 给出了在层流沉降时圆球形固体颗粒的阻力系数. 窦国仁^[5]采用 Oseen 型和 Newton 型阻力, 按阻力迭加原则获得绕流阻力, 通过引进与雷诺数有关的分离角提出关于圆球绕流在过渡区阻力的理论分析, 拓宽了 Stokes 的理论, 进

收稿日期: 2016-03-11

基金项目: 国家“九七三”重点基础研究发展计划(2012CB957704)

第一作者: 匡翠萍(1966—), 女, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为河口海岸工程. E-mail: cpkuang@tongji.edu.cn

通讯作者: 郑宇华(1993—), 女, 硕士生, 主要研究方向为河流海岸动力学. E-mail: yuvaz@sina.com

而导出单颗粒泥沙沉速公式. 张瑞瑾等^[1,6]根据阻力叠加原理, 将 Stokes 型滞性阻力和 Newton 型形状阻力线性组合来表示绕流阻力, 建立了一个适用于层流区、过渡区和紊流区的泥沙沉速公式. 沙玉清^[7]通过对沉速公式的数学转换证明沉降规律可用无因次沉速 ω^* 与无因次粒径 D^* 的函数来表达, 进而根据实测资料用曲线拟合的最小二乘法获得了过渡区的颗粒沉速公式.

泥沙沉速的试验分析从 20 世纪 70 年代末开始. 王兆印等^[8]利用沉降筒进行泥沙悬浮液的沉降试验, 推导出均匀粗颗粒在细颗粒稀悬浮液中的沉速公式. 韩文亮等^[9]利用自行设计的锥形沉降筒进行非均匀沙动水中沉降试验, 提出了非均匀沙群体沉速公式. 金文等^[10]利用激光测量仪器(PIV)对长江口泥沙水样进行沉降速度场测量, 得到平均泥沙沉速. 万远扬等^[11]借助大型可温控自动搅拌沉降试验筒对长江口天然细颗粒泥沙的沉降机理展开了室内试验, 结果表明含沙量和粒径均是影响细颗粒泥沙沉速的重要因子.

由于水流速度及水体含沙量的不同力学性质, 在研究泥沙颗粒团沉速方面, 基于单颗粒泥沙沉降公式扩展应用范围往往需要进行细致划分, 这样细划过程在实际应用中会带来一定的复杂性甚至存在较大的差距. 在高浓度无黏性均匀沙颗粒团沉速研究方面, 被广泛应用的 Richardson 型公式^[12]为:

$$\omega_s/\omega_0 = (1 - S_v)^m \quad (2)$$

式中: ω_s, ω_0 分别为一定粒径在悬液及在清水中的沉速; S_v 为体积浓度; m 为与雷诺数有关的待定系数. 基于式(2), 大多研究围绕含沙量建立了类似的公式, 仅 m 取值不同. 例如 Richardson^[12]的试验研究显示, 层流区 m 取值为 4.65; 钱宁等^[4]认为 m 是一个与雷诺数有关的变数, 随着雷诺数的提高而减少, 最小为 2.25; 王兆印等^[13]的试验表明 m 为 7.0~7.5. 由此可见, m 值变化很大, 使得式(2)的应用受到很大的限制. 张耀哲^[14]通过将非黏性均匀泥沙群体沉降运动概化为上升水流在悬浮颗粒层内的运动, 建立了层流区和紊流区均匀沙群体沉速公式, 但泥沙下沉的重力特征及黏性作用与水流上升特性并不完全一致. 封光寅等^[15]在研究泥沙群体颗粒平均粒径及平均沉速时认为采用几何平均值计算平均粒径及平均沉速会带来较大的误差. 费祥俊^[16]在研究非均匀沙群体沉速时认为从非均匀沙中找出平均粒径或中值粒径作为代表粒径来计算群体沉速往往难以符合实际.

目前, 对于泥沙群体沉速的研究和试验方法已经很多, 计算公式也很多, 但这些泥沙群体沉速公式因个别参数不易确定或者难以统一从而使应用中存在一定的局限性. 因此, 结合现有的单颗粒泥沙沉速公式及试验研究成果, 引入特征粒径及附加粒径 2 个因子, 并推导出特征粒径与附加粒径的表达式, 使现有的单颗粒泥沙沉速公式同样适用于泥沙颗粒团的沉速计算.

2 试验研究

2.1 试验设计

试验是在香港理工大学水力学实验室完成的^[17]. 试验水槽长度为 12.0 m, 宽度为 0.3 m, 深度为 0.5 m. 水深为 0.3 m. 曼宁系数近似为 0.01. 通过一个高精度的计时器测量时间. 投放装置由 1 个小型电动机和 1 个半球形碗组成, 用于将装在半球形碗中一定体积的泥沙样品投放到水槽中. 将半球形碗安装在水槽中间水面上方的一根固定的轴上. 试验一旦开始, 由同步电子启动器触发电动机、计时器 and 高速数字摄影机同时工作, 电动机带动轴旋转 180°, 将碗里的泥沙垂直倒入水槽中, 计时器开始计时, 装在水槽边上的数字摄影机开始连续拍摄泥沙颗粒团在水中的运动情况. 试验示意图见图 1, 图中 H_0 为水深, t 为泥沙在水体中的沉降时间.

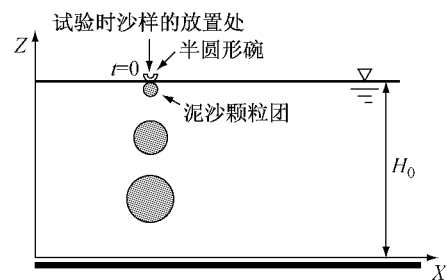


图 1 试验示意

Fig. 1 The schematic diagram of experiment

所用的泥沙取自香港海域海床, 将泥沙置于实验室自然风干, 其中部分泥沙颗粒黏在一起. 为使试验所用的泥沙为分散颗粒, 将泥沙放于烘箱中烘干至 70%, 烘干后的泥沙置于实验室, 冷却后待用. 由于沙样的颗粒大小分布有些不均匀, 用筛子进行筛选, 分别得到泥沙颗粒大小为 0.060~0.118 cm, 0.030~0.060 cm 和 0.015~0.030 cm 的 3 组泥沙作为试验样品.

试验时所用参数: 初始体积为 3~7 cm³, 温度 T

为 25℃,水体运动黏滞系数 ν 为 $0.008\ 97\ \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$,重力加速度 g 为 $980\ \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$. 试验共分为 9 组,其他主要试验参数及结果见表 1.

表 1 主要试验参数及结果

Tab.1 The main experimental parameters and results

组号	粒径范围/ cm	初始体积/ cm^3	颗粒密度/ $(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	沉速/ $(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	沙粒雷 诺数
1	0.060~0.118	7	2 436.75	14.00	138.91
2	0.060~0.118	5	2 436.75	13.67	135.63
3	0.060~0.118	3	2 436.75	12.67	125.71
4	0.030~0.060	7	2 419.02	13.33	66.87
5	0.030~0.060	5	2 419.02	13.67	68.58
6	0.030~0.060	3	2 419.02	11.67	58.55
7	0.015~0.030	7	2 401.28	12.67	32.49
8	0.015~0.030	5	2 401.28	10.67	27.36
9	0.015~0.030	3	2 401.28	9.67	24.79

2.2 试验结果及分析

为了获得准确的试验数据,试验以 0.25 s 为时间间隔,从第 1 个 0.25 s 开始,量取泥沙颗粒团在水中的扩散宽度及泥沙颗粒团垂向前锋位置,由泥沙颗粒团的扩散宽度及前锋位置(也就是泥沙颗粒团的外包线)作一个椭圆,其中心可作为泥沙颗粒团的中心位置,并以此计算泥沙颗粒团的沉降速率.接着再量取第 2 个 0.25 s 的泥沙颗粒团在水中的扩散宽度及泥沙颗粒团垂向前锋位置,依次类推,直至泥沙颗粒团前锋碰到水槽底部为止.每组试验至少能获得 8 个 0.25 s 的试验结果,对每一组所得是 0.25 s 间隔的泥沙颗粒团沉降速率求平均,作为该试验组次的泥沙颗粒团沉降速率.为了减少不确定因素对试验结果的影响,每组试验重复 5 次,再取其平均值作为最终的每组次泥沙颗粒团的沉降速率.

表 2 常用的泥沙颗粒沉速计算公式

Tab.2 Commonly used calculation formulas of settling velocity of sediment particle

研究者	层流区	过渡区	紊流区
冈恰洛夫	$\omega = \frac{1}{24} \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g \frac{d^2}{\nu}$ ($d < 0.015\ \text{cm}$)	$\omega = 67.6 \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} d + 0.52 \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} (T/26 - 1)$ ^① $\omega = \beta \frac{g^{2/3}}{\nu^{1/3}} \left(\frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \right)^{2/3} d$ ^② ($0.015\ \text{cm} < d < 0.15\ \text{cm}$)	$\omega = 1.068 \sqrt{\frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g d}$ ($d > 0.15\ \text{cm}$)
沙玉清	$\omega = \frac{1}{24} \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g \frac{d^2}{\nu}$ ($d < 0.01\ \text{cm}$)	$(\lg S'_a + 3.665)^2 + (\lg \varphi - 5.777)^2 = 39$ ($0.01\ \text{cm} < d < 0.2\ \text{cm}$)	$\omega = 1.14 \sqrt{\frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g d}$ ($d > 0.2\ \text{cm}$)
Van Rijn	$\omega = \frac{1}{18} \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g \frac{d^2}{\nu}$ ($d < 0.01\ \text{cm}$)	$\omega = 10 \frac{\nu}{d} \left(\sqrt{1 + 0.01 \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g \nu^{-2} d^3} - 1 \right)$ ($0.01\ \text{cm} < d < 0.1\ \text{cm}$)	$\omega = 1.1 \sqrt{\frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g d}$ ($d > 0.2\ \text{cm}$)
张瑞瑾	$\omega = \sqrt{\left(13.95 \frac{\nu}{d} \right)^2 + 1.09 \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g d} - 13.95 \frac{\nu}{d}$ (层流区、过渡区和紊流区统一)		
武汉水利 电力学院	$\omega = -4 \frac{k_2 \nu}{k_1 d} + \sqrt{\left(4 \frac{k_2 \nu}{k_1 d} \right)^2 + \frac{4}{3k_1} \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g d}$		
窦国仁	$\omega = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\rho_s - \rho}{\rho} g} \cdot \sqrt{\frac{d}{\lambda_D}}$ ($0.25 < \text{Re} < 350$)		

注:① 1938 年;② 1954 年.

表 1 第 5 列表示的是在不同试验条件下通过试验测得的泥沙颗粒团在水中沉降时的沉速试验值.从表 1 可以看出,泥沙颗粒团在水中沉降时,随着泥沙颗粒团颗粒粒径范围及初始体积的增加,泥沙颗粒团的沉速增加.

3 泥沙颗粒团沉速公式的研究

3.1 泥沙沉降规律及常用沉速计算公式

泥沙颗粒在静水中下沉时,泥沙颗粒的不同运动状态有不同的沉降阻力规律,运动状态与沙粒雷诺数 Re 有关.当 $Re < 0.25$ 时,泥沙颗粒的下沉属于层流状态;当 $Re > 850$ 时,泥沙颗粒的下沉属于紊流状态;当 $0.25 < Re < 850$ 时,泥沙颗粒的下沉处于过渡状态^[1].用试验测得的泥沙颗粒团的沉速计算 Re ,计算结果见表 1 第 6 列,因此,在试验条件下泥沙颗粒团沉降性质处于过渡状态.

目前,泥沙沉速计算的公式往往在层流区、过渡区和紊流区具有不同形式.表 2 列举了几个常用的泥沙沉速 ω 计算公式^[1,5-7].

表 2 中, $\beta = 0.081 [\lg 83 (3.7d/d_0)^{1-0.037T}]$, d_0 为 $0.15\ \text{cm}$; $S'_a = S_a/K$, S'_a 为泥沙的沉速判数, K 为沉速比率,一般取 0.75 , $S_a = \omega \left(g \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \right)^{-1/3}$, $\varphi = \left(g \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \right)^{1/3} \nu^{-2/3} d$,对于天然泥沙来说, $k_1 = 1.22$, $k_2 = 4.27$, $\lambda_D = \frac{32}{\text{Re}} \left(1 + \frac{3}{16} \text{Re} \right) \cdot \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\theta}{2} \right) + 1.2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$, $\theta = \lg(4\text{Re})$.

3.2 过渡区泥沙沉速的研究

从表 2 可知,在上述的泥沙公式中不同粒径范围对应不同流区的公式.根据泥沙颗粒团颗粒粒径及颗粒雷诺数可知,在试验条件下泥沙颗粒团沉降是处在过渡状态下沉降. Gu 等^[17-18]也提到,泥沙颗粒团在水中沉降时,水流在泥沙颗粒团周围形成双

涡漩结构,使得泥沙颗粒团在一个扰动的水流环境下沉降.综上所述,用上述过渡区的泥沙沉降公式对试验条件下的泥沙颗粒团的沉速进行分析研究,计算结果见表 3.表中 ω_T 为沉速试验值, ω_C 为沉速计算值, η 为相对误差, $\eta = \frac{\omega_C - \omega_T}{\omega_T} \times 100\%$.

表 3 泥沙颗粒团沉速试验值与各公式计算值的对比

Tab.3 The comparison of experimental values of settling velocity of sediment particle cloud with the calculated values by formulas

组号	窦国仁		冈恰洛夫①		冈恰洛夫②		沙玉清		武汉水利电力学院		张瑞瑾		Van Rijn		
	$\omega_T / (\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\omega_C / (\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta / \%$	$\omega_C / (\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta / \%$	$\omega_C / (\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta / \%$	$\omega_C / (\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta / \%$	$\omega_C / (\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta / \%$	$\omega_C / (\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta / \%$	$\omega_C / (\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta / \%$
1	14.00	5.02	-64.17	8.62	-38.43	8.87	-36.64	9.90	-29.29	10.15	-27.50	10.37	-25.93	10.23	-26.93
2	13.67	5.02	-63.31	8.62	-36.94	8.87	-35.11	9.90	-27.58	10.15	-25.75	10.37	-24.14	10.23	-25.16
3	12.67	5.02	-60.41	8.62	-31.97	8.87	-29.99	9.90	-21.86	10.15	-19.89	10.37	-18.15	10.23	-19.26
4	13.33	3.24	-75.73	4.29	-67.82	4.23	-68.27	4.73	-64.52	5.78	-56.64	5.93	-55.51	6.16	-53.79
5	13.67	3.24	-76.33	4.29	-68.62	4.23	-69.06	4.73	-65.40	5.78	-57.72	5.93	-56.62	6.16	-54.94
6	11.67	3.24	-72.27	4.29	-63.24	4.23	-63.75	4.73	-59.47	5.78	-50.47	5.93	-49.19	6.16	-47.22
7	12.67	1.77	-86.06	2.15	-83.03	2.04	-83.90	2.04	-83.90	2.39	-81.14	2.56	-79.79	2.94	-76.80
8	10.67	1.77	-83.45	2.15	-79.85	2.04	-80.88	2.04	-80.88	2.39	-77.60	2.56	-76.01	2.94	-72.45
9	9.67	1.77	-81.74	2.15	-77.77	2.04	-78.90	2.04	-78.90	2.39	-75.28	2.56	-73.53	2.94	-69.60

由于上述公式中均未考虑泥沙颗粒团初始体积对沉速的影响,因此在相同粒径范围内,不同初始体积的泥沙颗粒团用各公式计算得到的沉速相同.由表 3 可知:在相同泥沙颗粒粒径范围内,用各公式计算得到的泥沙颗粒团的沉速均远小于试验测得的泥沙颗粒团的沉速.因此,考虑到泥沙颗粒之间的相互影响,需要对沉速公式进行修正.

3.3 引入特征粒径及附加粒径对张瑞瑾泥沙沉速公式的修正

文献[4]提到,如果一团泥沙在水体中下沉,周围相当远的范围内都是清水,则它们的下沉速度要比单颗粒泥沙在无穷水体中下沉速率大.文献[19]中也提到,用粒径计法分析粒径级配时,由于泥沙群团沉降,使得沉速偏大,粒径级配偏粗.因此,结合众多学者对泥沙沉速的研究成果^[1-22],考虑到张瑞瑾的泥沙沉速公式为三区统一公式,对张瑞瑾公式中的粒径项进行修正,建立的表达式如下:

$$D' = d' + f(d') \quad (3)$$

式中: D' 为泥沙颗粒团特征粒径, cm, 它代表泥沙颗粒团沉降时的平均特性; d' 为泥沙颗粒团中泥沙颗粒的算术平均粒径, cm; $f(d')$ 为附加粒径, cm, 表明特征粒径与平均粒径的关系.

将 D' 代入表 2 中张瑞瑾公式,得到泥沙颗粒团的沉速 ω' 公式如下:

$$\omega' = \sqrt{\left(13.95 \frac{\nu}{D'}\right)^2 + 1.09 \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g D'} - 13.95 \frac{\nu}{D'} \quad (4)$$

将试验测得的前 6 组泥沙颗粒团的沉速试验值代入式(4),计算得到 D' 的值,再利用表达式(3),计算得到附加粒径 $f(d')$ 的值,计算结果见表 4.

表 4 泥沙颗粒团特征粒径及附加粒径

Tab.4 The characteristic partical size and additional partical size of sediment particle cloud

组号	粒径范围/ mm	初始体积/ cm^3	$\omega_T / (\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	D' / cm	$f(d') / \text{cm}$
1	0.060~0.118	7	14.00	0.143 6	0.054 6
2	0.060~0.118	5	13.67	0.137 9	0.048 9
3	0.060~0.118	3	12.67	0.121 6	0.032 6
4	0.030~0.060	7	13.33	0.133 7	0.088 7
5	0.030~0.060	5	13.67	0.139 5	0.094 5
6	0.030~0.060	3	11.67	0.107 7	0.062 7

从表 4 的计算结果可知,在不同泥沙颗粒团粒径组成及不同泥沙颗粒团体积下,计算得到的泥沙颗粒团的特征粒径值及附加粒径值均不同.由于泥沙颗粒中值粒径的变化趋势与水流紊动强度类似,即粒径自水面向下呈递增趋势,沉速呈指数形式下降^[9],因此为了研究泥沙颗粒粒径与泥沙团沉速的关系,设附加粒径方程为 $f(d') = ad'n^x$, 其中, a 为附加粒径与平均粒径的正比系数, x 为附加粒径与泥沙颗粒个数所呈指数关系的指数, n 为单位体积中泥沙颗粒的个数.

用试验所得数据的前 6 组代入方程计算分析,可推出附加粒径的表达式如下:

$$f(d') = 0.006d'n^{0.469} \quad (5)$$

用试验测得的后 3 组泥沙颗粒团的沉速试验值

对所推导的泥沙沉速公式(4)进行验证,验证结果见表 5.

表 5 泥沙颗粒团沉速试验值与式(4)计算值的对比

Tab. 5 The comparison of experimental values of settling velocity with the calculated values by formula (4) for sediment particle cloud

组号	$\omega_T/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\omega_C/\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$	$\eta/\%$
7	12.67	12.23	-3.47
8	10.67	11.30	5.90
9	9.67	10.00	3.41

从表 5 可知,用修正后的泥沙沉速公式(4)计算得到的泥沙颗粒团的沉速与试验测得的泥沙颗粒团的沉速进行比较,最大误差为 5.90%,小于 10%,计算精度较高,即张瑞瑾的泥沙沉速公式可写成如下

形式:

$$\omega' = \left[\left(13.95 \frac{\nu}{d' + 0.006d'n^{0.469}} \right)^2 + 1.09 \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} g (d' + 0.006d'n^{0.469}) \right]^{\frac{1}{2}} - 13.95 \frac{\nu}{d' + 0.006d'n^{0.469}} \quad (6)$$

4 不同公式与附加粒径的关系

4.1 附加粒径适用性分析

进一步研究发现, D' 可适于所有泥沙颗粒团的沉速计算,将其代入表 2 中过渡区的经验公式进行计算,结果见表 6.

表 6 泥沙颗粒团沉速试验值与特征粒径计算沉速值的对比

Tab. 6 The comparison of experimental values of settling velocity of sediment particle cloud with the calculated values by characteristic particle size

组号	$\omega_T/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	窦国仁		冈恰洛夫①		冈恰洛夫②		沙玉清		武汉水利电力学院		张瑞瑾		Van Rijn	
		$\omega_C/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta/\%$	$\omega_C/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta/\%$	$\omega_C/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta/\%$	$\omega_C/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta/\%$	$\omega_C/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta/\%$	$\omega_C/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta/\%$	$\omega_C/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta/\%$
1	14.00	6.52	-53.40	13.88	-0.86	12.99	-7.21	15.59	10.20	13.70	-2.14	13.98	-0.14	13.59	3.05
2	13.67	6.33	-53.73	12.39	-10.33	12.27	-10.24	14.80	8.27	13.24	-3.15	13.51	-1.17	13.15	3.92
3	12.67	6.07	-52.12	12.15	-4.28	11.37	-10.26	13.79	8.84	12.65	-0.16	12.91	1.89	12.59	0.61
4	13.33	5.81	-56.39	10.44	-27.68	10.48	-21.38	12.77	-4.20	12.01	-9.90	12.26	-8.03	11.98	-10.13
5	13.67	5.50	-59.75	9.44	-44.81	9.54	-30.21	11.67	-14.63	11.32	-17.19	11.56	-15.44	11.33	-17.12
6	11.67	5.11	-56.21	8.19	-42.49	8.37	-28.28	10.27	-12.00	10.39	-10.97	10.61	-9.08	10.45	-10.45
7	12.67	5.77	-54.42	11.09	-14.25	10.47	-17.36	12.75	0.63	11.98	-5.45	12.23	-3.47	11.95	-5.68
8	10.67	5.38	-49.58	9.07	-17.64	9.23	-13.50	11.30	5.90	11.06	3.66	11.30	5.90	11.09	3.94
9	9.67	4.85	-49.82	8.14	-18.80	7.69	-20.48	9.43	-2.48	9.79	1.24	10.00	3.41	9.89	2.28

表 6 中,4,5,6 这 3 组试验数据所有公式中计算值与试验值的误差均偏高.泥沙粒径范围分别为 0.060~0.118 cm 的 1,2,3 组和 0.015~0.030 cm 的 7,8,9 组的试验结果均体现了泥沙颗粒团在沉降过程中随着初始体积的增加沉速也相应增加的特征,而泥沙粒径范围为 0.030~0.060 cm 的 4,5,6 组中却出现了随初始体积的增加泥沙沉速反而减小的情况,说明 4,5,6 组试验结果存在一定的误差.

除去 4,5,6 组计算结果,用沙玉清、武汉水利电力学院、张瑞瑾和 Van Rijn 的公式计算的结果精度都较高,而窦国仁和冈恰洛夫公式的计算结果与试验值相比存在较大误差,需要对 $f(d)$ 再进行修正.

4.2 对冈恰洛夫公式的分析

早期的冈恰洛夫公式①仅表达 ω 和 d 呈线性关系,计算精度不高,经反复计算分析后,附加粒径的修正表达式如下:

$$f(d') = 0.006d'n^{0.486} \quad (7)$$

用修正后的附加粒径计算式计算 D' ,并代入冈恰洛夫过渡区的 2 个公式中,计算结果见表 7.

表 7 泥沙颗粒团沉速试验值与用冈恰洛夫公式修正后的计算值的对比

Tab. 7 The comparison of experimental values of settling velocity of sediment particle cloud with the calculated values by modified Concharov's formulas

组号	$\omega_T/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	冈恰洛夫公式①		冈恰洛夫公式②	
		$\omega_C/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta/\%$	$\omega_C/(\text{cm} \cdot \text{s}^{-1})$	$\eta/\%$
1	14.00	14.84	5.66	13.88	-0.86
2	13.67	13.18	-3.72	13.01	-5.07
3	12.67	12.74	0.55	11.92	-6.29
4	13.33	11.98	-11.27	11.92	-11.83
5	13.67	10.71	-27.64	10.73	-27.40
6	11.67	9.14	-27.68	9.26	-26.03
7	12.67	13.50	6.15	12.73	0.47
8	10.67	11.08	3.70	11.12	4.05
9	9.67	9.65	-0.21	9.11	-6.15

由表 7 可知,除去 4,5,6 这 3 组情况,用修正后的附加粒径 $f(d')$ 计算得到的泥沙沉速精度较高,冈恰洛夫公式①和②的沉速计算值与试验值的相对误差的绝对值均小于 10%.

4.3 对窦国仁公式的分析

窦国仁在 Stokes 球体沉降公式的基础上引入分离角的概念,且认为公式中的系数不应该是常数,而是雷诺数的函数,这使得公式的计算更具合理性,但同时也增加了公式使用的复杂性.研究发现,在不同的粒径范围内,附加粒径的修正值会随着实际泥沙颗粒粒径的变化而变化,无法建立一个各参数相同的统一表达式,因此需要根据不同的粒径范围对附加粒径进行分别修正.经反复计算分析后,所得结果见表 8.

表 8 泥沙颗粒团沉速试验值与用窦国仁公式修正后计算值的对比及修正表达式

Tab.8 The comparison of calculated values by modified Dou Guoren's formula with experimental values of settling velocity of sediment particle cloud and corresponding modified expressions

组号	$\omega_T /$ ($\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$)	修正后窦国仁公式		修正表达式
		ω_C	$\eta / \%$	
1	14.00	15.00	7.16	$f_1(d') =$ $0.006d'n^{0.722}$
2	13.67	13.48	-1.37	
3	12.67	11.54	-8.96	
4	13.33	14.18	6.35	$f_2(d') =$ $0.006d'n^{0.650}$
5	13.67	12.75	-6.71	
6	11.67	10.89	-6.70	
7	12.67	11.96	-5.60	$f_3(d') =$ $0.006d'n^{0.592}$
8	10.67	10.78	1.05	
9	9.67	9.22	-4.61	

由表 8 可知,由于每一组附加粒径表达式中都选用一个不同的指数,公式修正后的各组计算值与试验值比较,相对误差的绝对值均小于 10%,计算精度大幅提高.对每一组附加粒径表达式中的指数进行进一步分析可知,随着粒径范围的增大指数逐级递增,据此可以建立指数 x 与粒径 d' 的关系:

$$x = 1.022d'^{0.144} \quad (8)$$

则应用窦国仁公式计算泥沙颗粒团沉速时,其附加粒径项为:

$$f(d') = 0.006d'n^{1.022d'^{0.144}} \quad (9)$$

上述对各公式附加粒径的修正说明不同的附加粒径表达式对应的各公式中单颗粒泥沙沉速与颗粒团泥沙沉速的关系不同.虽然本次试验粒径范围在 0.030~0.118 cm 之间,但由于沙玉清、武汉水利电力学院、张瑞瑾、Van Rijn 和冈恰洛夫的附加粒径表达式中 x 与 n 有关,因此,理论上上述修正结果能应用于大多粒径范围的计算,且指数 x 取值范围为 0.469~0.486;而应用窦国仁公式其附加粒径表达式中由于建立了 x 与 d' 的关系,在粒径 0.030~0.118 cm 范围之外是否适用,还有待进一步的试验验证.

5 结语

利用试验测得的泥沙颗粒团沉速数据对常用泥沙沉速公式进行了研究,通过引入泥沙颗粒团的特征粒径及附加粒径,推导出特征粒径与附加粒径的计算表达式,并对本文所列的泥沙沉速公式中泥沙的粒径进行了修正.用本文特征粒径代入各泥沙沉速公式中计算,得到的泥沙颗粒团的沉速与试验测得的泥沙颗粒团的沉速基本一致,计算精度较高.

参考文献:

- [1] 张瑞瑾,谢鉴衡,陈文彪. 河流动力学[M]. 武汉:武汉大学出版社,2007.
ZHANG Ruijin, XIE Jianheng, CHEN Wenbiao. Fluvial dynamics[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2007.
- [2] 赵德招,陈立,周银军,等. 单颗粒泥沙沉速公式的对比研究[J]. 人民黄河,2009,31(1):36.
ZHAO Dezhaoh, CHEN Li, ZHOU Yinjun, et al. The study on comparison of single sediment settling velocity formulas[J]. Yellow River, 2009, 31(1): 36.
- [3] Stokes G G. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums[J]. Transactions of Cambridge Philosophical Society, 1851, 9(2): 8.
- [4] 钱宁,万兆惠. 泥沙运动力学[M]. 北京:科学出版社,2003.
QIAN Ning, WAN Zhaohui. Mechanics of sediment transport[M]. Beijing: Science Press, 2003.
- [5] 窦国仁. 泥沙运动理论[M]. 南京:南京水利科学研究所,1963.
DOU Guoren. Theory of sediment transport[M]. Nanjing: Nanjing Hydraulic Research Institute, 1963.
- [6] 张瑞瑾. 河流泥沙动力学[M]. 北京:中国水利水电出版社,1998.
ZHANG Ruijin. River sediment dynamics[M]. Beijing: China Water & Power Press, 1998.
- [7] 沙玉清. 泥沙运动学引论[M]. 北京:中国工业出版社,1965.
SHA Yuqing. Introduction of sediment dynamics[M]. Beijing: China Industry Press, 1965.
- [8] 王兆印,钱宁. 高浓度泥沙悬浮液物理特性的实验研究[J]. 水利学报,1984(4):1.
WANG Zhaoyin, QIAN Ning. Experimental study on the physical properties of sediment suspensions with hyperconcentration[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1984(4): 1.
- [9] 韩文亮,郜国明,惠遇甲. 动水中非均匀沙沉降规律的试验研究[J]. 泥沙研究,1998(3):62.
HAN Wenliang, GAO Guoming, HUI Yujia. Experimental study on settlement law of non uniform sediment in dynamic water[J]. Journal of Sediment Research, 1998(3): 62.
- [10] 金文,王增道. PIV 直接测量泥沙沉速试验研究[J]. 水动力学研究与进展(A),2005,20(1):19.
JIN Wen, WANG Zengdao. Direct settling velocity detection of sediment using PIV[J]. Chinese Journal of Hydrodynamics (A), 2005, 20(1): 19.