

钢带捆扎燃料电池电堆端板尺寸和形状优化

张智明^{1,2}, 商亚鹏^{1,2}, 张娟楠³, 马天才^{1,2}

(1. 同济大学 汽车学院, 上海 201804; 2. 同济大学 新能源汽车工程中心, 上海 201804; 3. 同济大学 物理科学与工程学院, 上海 200092)

摘要: 针对捆扎式燃料电池金属双极板电堆端板受集成力作用易发生变形的现象, 设计了一种钢带捆扎式燃料电池电堆的新型端板结构, 并通过有限元原理和数值仿真分析对其进行结构参数优化。基于 Ansys Apdl 程序化语言, 建立端板的结构力学分析模型。采用尺寸优化方法, 以电堆多个钢带间受力均匀度高、端板质量小和单个钢带固定螺栓轴线偏移程度低为目标函数, 分析端板各尺寸对上述目标函数影响程度, 从而确定出优化后的尺寸和形状, 改善钢带受力和电堆各个部件间接触压力的均匀性, 并建立了一个 11 层的燃料电池电堆 1/4 二维模型, 比较了端板优化前、后双极板脊背与膜电极(membrane electrode assembly)间接触压力分布均匀度。

关键词: 捆扎式燃料电池电堆; 端板变形; 结构优化; 接触压力均匀度

中图分类号: U473.4

文献标志码: A

Size and Shape Optimization of the Steel Banding Fuel Cell Stack End Plate

ZHANG Zhiming^{1,2}, SHANG Yapeng^{1,2}, ZHANG Juannan³, MA Tiancai^{1,2}

(1. College of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Clean Energy Automotive Engineering Center, Tongji University, Shanghai 201804, China; 3. School of Physics Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The end plate of fuel cell stack with a metal bipolar plate is easily deformed under assembly pressure. A novel designed structure of the end plate was presented and its parameters was optimized by the numerical simulation based on the finite element method. A structural mechanics analysis model for the end plate was created by Ansys Apdl program and the Ansys Workbench software, and the size and shape optimization algorithm was introduced. The higher uniformity among steel bands force, less weight of end plate, and lower

deviation of the fixed bolt axis are objective functions. The influence of the variable size and shape dimensions on the above objective functions was analyzed, aiming to determine the optimized size and shape of end plate, and improve the contact pressure uniformity between the components and the stress behavior of the steel banding. A 2D quarter stack model which has 11 layers to compare the contact pressure uniformity between bipolar plate and MEA (membrane electrode assembly).

Key words: steel banding fuel cell stack; end plate deformation; structural optimization; contact pressure uniformity

目前,典型的电堆集成方式是螺杆紧固,由一定数量的螺杆作用于电堆两侧端板,通过螺杆紧固力加载使电堆组件(膜电极、双极板)集成在一起。研究发现,螺杆紧固会对电堆性能和寿命产生一定负面影响,如高接触电阻、低孔隙率和较差的膜电极压力分布均匀性等^[1]。较差的膜电极压力分布均匀性会导致膜电极与双极板接触不均匀,孔隙率分布一致性差^[2];反之,则有利于提高电堆的性能和寿命^[3]。钢带捆扎式电堆在集成力分布的均匀性上优于螺杆式集成方式。越来越多的研究集中在电堆的钢带捆扎式集成方式,特别是在金属双极板电堆上。捆扎式燃料电池电堆由多根紧固钢带和端板配合封装,封装结构的尺寸和形状对双极板和膜电极间接触分布的均匀性有很大影响。Liu 等^[4]为减小钢带捆扎式燃料电池电堆端板质量和提高电堆接触压力分布均匀性,提出了多目标分阶段的端板优化方法,把端板截面的二维优化分为形状优化和拓扑优化两个步骤。基于二维优化,以参数化建模方法优化了端板的三维模型。Yu 等^[5]提出了一种非对称的复合材料端板

收稿日期: 2016-05-20

基金项目: 国家自然科学基金(51405344)

第一作者: 张智明(1979—),男,讲师,硕士生导师,工学博士,主要研究方向为燃料电池发动机及关键零部件。

E-mail: zhangzm@tongji.edu.cn

通讯作者: 马天才(1979—),男,副教授,博士生导师,工学博士,主要研究方向为燃料电池系统。E-mail: matiancai@tongji.edu.cn

设计,其中端板有初始曲率,以抵消受力变形和受热变形的影响,然而并没有针对端板进行进一步的尺寸和形状优化以获得更佳的电堆集成力分布. Asghari 等^[6]设计并加工了一个 5 kW 燃料电池的端板,选取铝合金作为端板材料,根据端板的位移和应变优化端板厚度,以低质量作为单一优化目标,但没有考虑端板局部尺寸对电堆内部集成力分布均匀性的影响. Lin 等^[7]基于有限元方法采用多目标拓扑优化方法,以获得端板最大刚度和使电堆内集成力均匀分布,得到端板最大刚度下的材料分布,使得电堆内部压力分布更加均匀. 文献^[7]中建立的电堆模型内部结构均用矩形板代替,忽略了双极板脊背和流道的影响,故模型有较大偏差. 蒋化南^[8]基于拓扑优化理论和有限元方法,考虑多个设计指标,建立了多目标燃料电池端板拓扑优化模型,对几组具有相同截面面积、不同截面形式的端板进行有限元分析,以端板和双极板接触面的位移均方根确定最优的截面形状. 刘志伟等^[9]用 Ansys 软件建立电堆的三维有限元模型,研究了端板在采用不同材料、结构和功能设计时的变形分布和应力分布,给出了端板厚度、倒角、肩宽等参数的建议尺寸,但模型以减少应力分布集中为目标,并没有考虑电堆集成力的分布均匀性.

本文通过优化端板的尺寸和形状以及螺栓孔的位置参数,改善多根钢带受力和集成力分布,以电堆多个钢带间受力均匀度高、端板质量小和单个钢带固定螺栓轴线偏移程度低为目标函数,以端板截面和纵向尺寸组成设计序列,以端板受最大应力为状态变量,分析了端板截面尺寸对各钢带受力均匀度的影响、纵向尺寸对钢带固定螺栓轴线偏移程度的影响,得出了基于上述目标函数的优化尺寸,建立了电堆二维 1/4 模型,比较了端板优化前、后电堆内部双极板与膜电极间接触压力分布均匀度.

1 端板尺寸优化

1.1 研究对象

本文使用 Ansys Apdl 编写命令流的方法进行分析计算,能有效提高计算效率,避免重复建模,方便改变优化参数大小,有利于优化计算. 优化对象是捆扎带式质子交换膜燃料电池电堆的下端板,此部件在封装中起到固定钢带、限位预紧弹簧等作用,所以尺寸、形状以及螺栓孔位置等参数对于多根钢带间的拉力均匀分布起到了很重要的作用. 本文在分

析计算时为减少机时和提高计算效率,采用了 1/4 下端板模型,如图 1 所示.

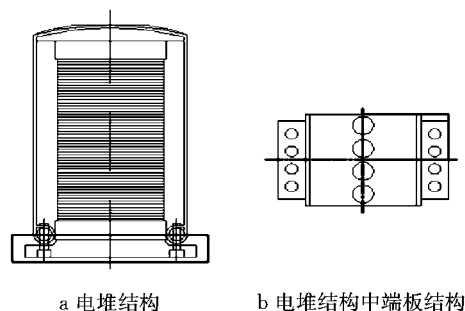


图 1 研究对象

Fig.1 The object studied

如图 2 所示,钢带在初始螺栓预紧力作用下,上、下端板会发生变形. 上端板采用曲面形式,变形较小,所以在本例中,变形主要发生在下端板,故本文主要分析燃料电池电堆下端板. 下端板产生变形,会导致端板上的螺栓孔轴线侧倾,过程如图 2a, 2b 所示,从而导致钢带受力方向发生变化^[10],端板对电堆双极板平面产生不均匀受力. 为避免上述情况发生,本文改进普通端板设计形式,对普通端板预设一定的下倾量,简称“下倾端板”,目的是减少端板受力变形后螺栓孔轴线侧倾,从而避免普通端板变形后钢带受力方向的改变,如图 2c, 2d 所示.

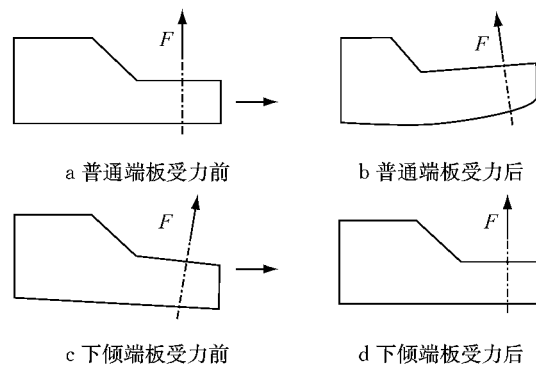


图 2 普通端板和下倾端板受力变形示意图

Fig.2 Schematic diagram of deformation of normal end plate and downward inclined end plate

1.2 参数化建模

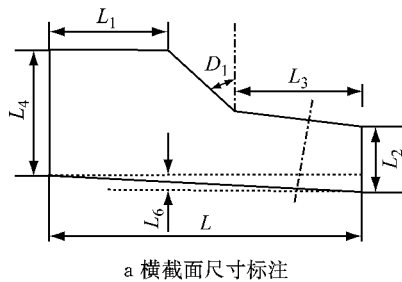
优化过程中需多次改变模型尺寸,需要对模型进行参数化建模. 下端板横截面及参数化尺寸如图 3 所示,图 3a 为端板横截面的尺寸标注,图 3b 为钢带螺栓固定点尺寸标注. 尺寸参数分别为能够决定截面形状的 $L_1, L_2, L_3, L_4, L_6, D_6$ 以及螺栓位置参数 L_5 ,各参数说明如表 1 所示.

由于端板螺栓孔间距和螺栓孔距端面距离为线性函数关系,故只标出螺栓孔距端面距离.

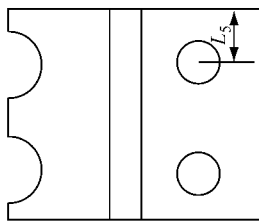
表 1 尺寸参数

Tab.1 Parameters

参数	名称	备注
L_1	端板上台宽	
L_2	端板翼厚度	
L_3	端板翼长	
L_4	端板厚度	
L_5	螺栓孔距端面距离	$L_5 = L - 1.5K$
L_6	端板下倾距离	
C_1	翼厚比	$C_1 = L_2 / L_4 (0 < C_1 < 1)$
D_1	端板上台倾斜角	
K	螺栓孔间距	



a 横截面尺寸标注



b 钢带螺栓固定点尺寸标注

图 3 端板模型尺寸标注

Fig.3 Parameters of end plate

1.3 有限元分析

为了使计算具有代表性,控制计算规模和求解效率,利用端板的对称结构,采用 1/4 模型,如图 4 所示. 整个模型采用自由网格划分的方式,采用三维四面体实体结构单元 SOLID86 进行自由划分. 整个模型共有 15 412 个单元,24 686 个节点. 铝合金具有密度小、耐腐蚀、可塑性好等优点,在同类钢带捆扎带封装带结构中广泛采用,所以分析过程中采用铝合金材料,材料弹性模量为 70 GPa,泊松比为 0.3,计算过程按照线弹性材料处理.

本文电堆采用压装机数据加载,压装机压装压力为 0.6 GPa,气缸直径 200 mm,由公式(1),(2)计算可得在螺栓孔垫片平面施加的压力为 136.4 GPa.

$$0.6\pi R^2 = \pi(r_1^2 - r_2^2)pn \quad (1)$$

$$p = \frac{0.6\pi R^2}{\pi(r_1^2 - r_2^2)n} \quad (2)$$

式(1)~(2)中: R 为压力机气缸半径; r_1 为螺栓孔垫片平面外径; r_2 为螺栓孔垫片平面内径; p 为施加在

螺栓孔垫片平面处的压力; n 为螺栓孔数目.

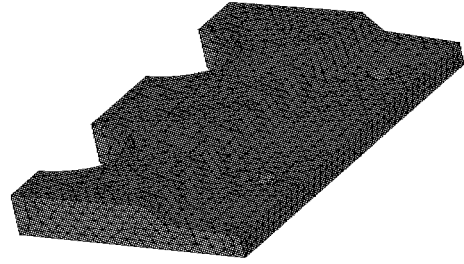
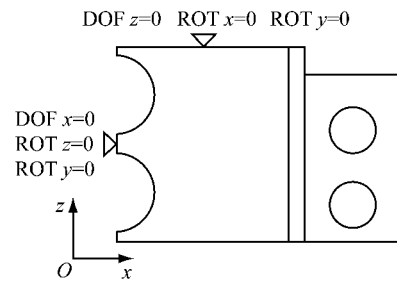


图 4 端板网格模型

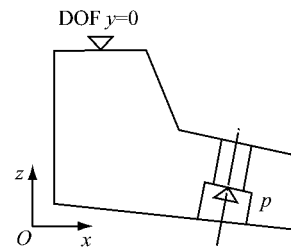
Fig.4 Grid model of end plate

1.4 结构优化

集聚力均匀分布以及降低端板质量有利于提高电堆性能. 本文端板结构优化以集聚力分布均匀和减轻端板质量为目标,在计算分析时,集聚力分布不均这两个方面. 结构优化从下面两个方面进行:电堆内部接触应力均匀度优化、端板质量优化. 其中电堆内部接触应力均匀度优化从两个方向进行,端板横截面方向尺寸优化(图 5 中 xOy 面)和长度方向尺寸优化(图 5 中 z 向),通过优化上述两个方向尺寸提高电堆内部接触压力分布均匀性. 图 5 中 DOF 表示位移自由度约束,ROT 表示旋转自由度约束.



a 长度方向位移约束



b 横截面方向位移约束及载荷

图 5 位移约束和载荷

Fig.5 Displacement constrain and load

1.4.1 端板横截面方向尺寸优化

本文下端板结构优化的设计变量、状态变量、目标函数如式(3)到(8)所示. 计算可得,长度方向尺寸 L_5 与加载面变形角 α 的显著性水平 F (significant

level)为 0.978 82, 相关系数为-0.009 1, 说明两数据可进行回归分析的程度低, 相关系数的绝对值小于 0.1, 说明两数据没有相关性, 故优化加载面变形角 α 时可以忽略 L_5 的影响, 不作为设计变量。

目标函数为

$$\tan \alpha = \frac{|\Delta y_2 - (y_2 - y_1) - \Delta y_1|}{x_2 - x_1} \quad (3)$$

设计序列为

$$m = [m_1, m_2, m_3, \dots, m_n] \quad (4)$$

设计变量为

$$0.1 \leq L_6 \leq 1 \quad (5)$$

$$0 \leq D_1 \leq 30 \quad (6)$$

$$0.25 \leq C_1 \leq 0.6 \quad (7)$$

状态变量为

$$h(m) \leq 290 \text{ MPa} \quad (8)$$

式(3)~(8)中: $\Delta y_1, \Delta y_2$ 是加载面在 xOy 面投影线段(图 6 中线段 1-2)两端点 y 方向位移改变量; y_1, y_2 是两端点变形前 y 方向坐标; x_1, x_2 是两端点变形前 x 方向坐标; m 是设计点序列; 设计变量是 L_6, C_1, D_1 3 个变量意义如表 1 和图 3 所示; 状态变量是端板材料的抗拉/压屈服强度 $h(m)$; 目标函数是变形后的螺栓孔轴线和水平面夹角 α (即载荷加载面和 xOz 面夹角, 为表述方便下文称加载面变形角), 加载面变形角大小根据式(3)计算得出, 式(3)中夹角 α 物理意义如图 6 所示。

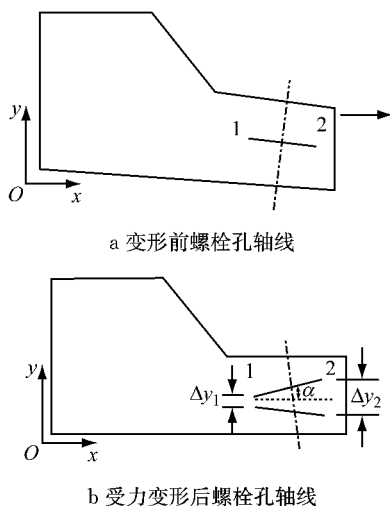


图 6 端板变形前、后钢带固定螺栓孔轴线示意图
Fig.6 Steel belt bolt axis before and after end plate deformation

1.4.2 端板长度方向上螺栓孔位置优化

钢带位置优化的目的是找到最优的钢带受力分布, 使每个钢带受力后长度变化尽量相同. 通过改变端板的各个尺寸, 从而找到使钢带受力分布均匀最

佳的尺寸. 计算时采用 L_5 作为设计变量, 目标函数为螺栓孔处 y 方向位移的不均匀度 g (简称钢带位移不均匀度), 如式(9)所示。

计算可得, L_6, C_1 和 D_1 这 3 个横截面方向尺寸和钢带位移不均匀度 g 的显著性水平、相关系数如表 2 所示. 3 个参数与 g 进行回归分析的程度低, 相关系数小, 可认为不相关或相关性弱, 所以在以 g 为目标函数的优化中不作为设计变量。

表 2 横截面方向尺寸与 g 相关性分析

相关参数	显著性水平	相关系数
L_6-g	0.894 359	-0.048 41
C_1-g	0.983 432	-0.005 45
D_1-g	0.662 941	0.133 82

$$g = \frac{|B_1 - B_2|}{\max(B_1, B_2)} \quad (9)$$

设计变量为

$$L_5 \quad (10)$$

状态变量为

$$h(m) \leq 290 \text{ MPa} \quad (11)$$

目标函数为

$$\begin{aligned} \min g &= f(m) \\ m_b &\leq m_i \leq m_u \end{aligned} \quad (12)$$

式(9)~(12)中: B_1, B_2 分别为螺栓孔 1 和螺栓孔 2 附近所有节点中 y 方向最大位移量点的位移量; L_5 意义如图 3 所示; m_b, m_u 分别为第一和最后一个设计序列。

1.4.3 端板质量优化

质量优化是在横截面形状确定的情况下进行, 很显然端板主厚度越小, 质量越小, 然而厚度越小, 端板的最大应力就会越接近抗压/拉极限. 本文的质量优化旨在找出极限尺寸, 即最小端板主厚度 L_4 . 端板主厚度 L_4 是设计变量, 状态变量是端板所受最大应力, 目标函数是端板质量 W 最小, 如式(9)到(11)所示。

目标函数为

$$\begin{aligned} \min W &= f(m) \\ m_b &\leq m_i \leq m_u \end{aligned} \quad (13)$$

设计序列为

$$m = [m_1, m_2, m_3, \dots, m_n] \quad (14)$$

状态变量为

$$280 \text{ MPa} \leq h(m) \leq 290 \text{ MPa} \quad (15)$$

1.5 尺寸优化结果与讨论

端板在上述优化中, 一部分参数存在最优尺寸,

优化后的最优尺寸和参数如表 3 所示。

表 3 优化后尺寸及目标函数值

Tab.3 Parameters after optimization and the target function value

参数	数值	目标函数值
C_1	0.5	$\alpha=0.9^\circ$
L_5/mm	0.11	
$D_1/(\text{^\circ})$	25	
L_4/mm	16.5	

优化过程中发现,当孔间距为唯一变量,随 L_5 增大,螺栓孔间距越小钢带位移不均匀度 g 越小,两者的变化关系如图 7 所示。限于本文主要以下端板为研究对象,缺乏足够限制条件,在此无法给出最优孔间距,但是该结论给设计提供了支持。

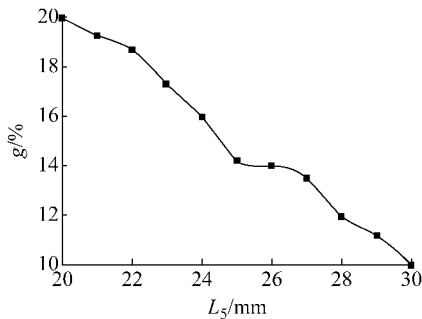


图 7 钢带位移不均匀度 g 和 L_5 相关性

Fig.7 Steel belt displacement uniformity g versus L_5

2 优化前、后电堆压力分布

本文优化了钢带捆扎电堆下端板的尺寸参数,本节将建立二维电堆有限元模型,从而验证端板经过参数优化后双极板和膜电极间接触压力分布均匀性。

2.1 二维电堆模型

本文将电堆简化成两轴对称结构,故建立的电堆模型为 1/4 模型。本节建立的二维电堆模型为 11 层电堆,密封胶形状采用的半圆形单峰形式,将由质子交换膜、催化剂层、气体扩散层组成的膜电极视为复合材料,其弹性模量及泊松比由式(16)所示,电堆由如图 8 所示的部件组成。

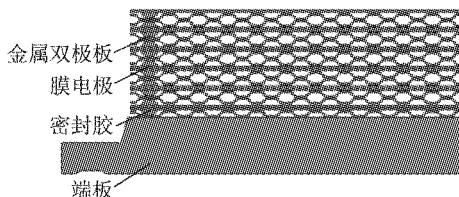


图 8 端板未优化前电堆模型

Fig.8 Model of end plate before optimization

$$E_{MEA} = \frac{1}{\frac{t_m}{E_m} + \frac{t_c}{E_c} + \frac{t_g}{E_g}} \quad (16)$$

式中: E_{MEA}, E_m, E_c, E_g 分别为膜电极、质子交换膜、催化剂层、气体扩散层弹性模量; t_m, t_c, t_g 分别为质子交换膜、催化剂层、气体扩散层厚度与膜电极厚度之比。

各部件材料的弹性模量和泊松比如表 4 所示。

表 4 电堆各部件材料物理参数

Tab.4 Physical properties of stack parts

部件	弹性模量/MPa	泊松比
膜电极	7	0.33
双极板	158 000	0.30
密封胶	3.23	0.49
端板	70 000	0.33

图 9 所示的电堆各部件网格类型,密封胶、金属双极板、膜电极以及端板均使用 Plane183 类型网格,网格形状为四边形,采用映射方式划分网格。

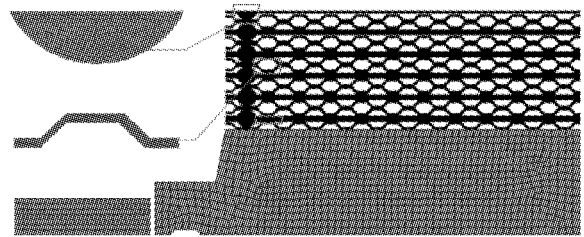


图 9 电堆各部件网格类型

Fig.9 Grid type of stack parts

图 10 所示的是二维电堆模型中各部件间接触类型和接触单元。本文关注流道脊背和膜电极间接触压力,同时为减少计算中的非线性因素,设置流道脊背和膜电极间接触为标准接触。密封胶与膜电极间为共线,双极板间接触为节点耦合,端板与双极板间为绑定接触。

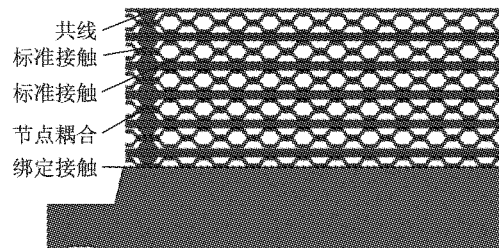


图 10 电堆部件间接触类型

Fig.10 Contact type between stack parts

2.2 边界条件及载荷

在界面分界线上施加对称约束 S ,如图 11 和图 12 中的两个界面,载荷为位移载荷 D ,方向平行于螺栓孔轴线,其大小为

$$D = 0.2n_1h_{MEA} \quad (17)$$

式中： n_1 为电堆层数； h_{MEA} 为膜电极厚度. 本文使用的压力膜建议压缩厚度为原始厚度的 20%，故式中需乘 0.2.

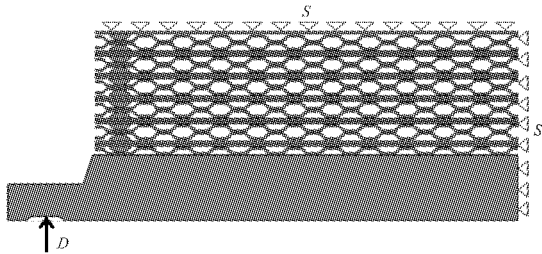


图 11 端板优化前约束与载荷示意图

Fig. 11 Constraint and load before optimization of end plate

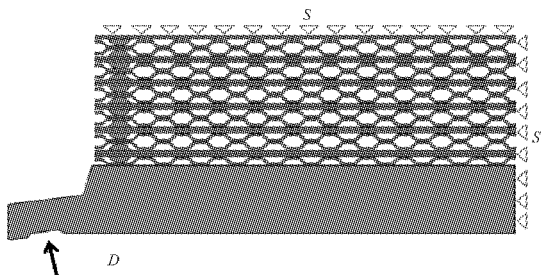


图 12 端板优化后约束与载荷示意图

Fig. 12 Constraint and load after optimization of end plate

2.3 结果对比及分析

文中讨论的压力分布均匀性是指电堆中双极板和膜电极间接触压力分布的均匀性. 本文统计了二维电堆模型中每个接触面所有 10 根流道脊背处和膜电极平均接触压力方差以及同一流道序号处所有流道脊背处和膜电极的平均接触压力. 接触面序号和流道序号如图 13 所示.

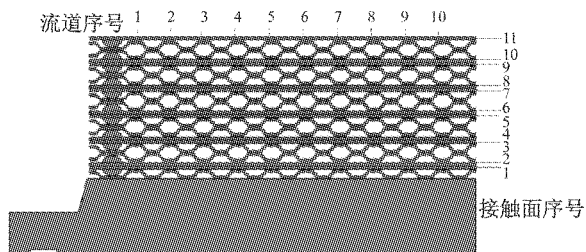


图 13 接触面序号和流道序号

Fig. 13 Contact surface number and channel number

图 14 为压力分布方差随接触面序号的变化规律.

由图 14 可知,端板优化后的压力分布方差较优化前有所降低,而且第 1 个与第 2 个接触面的压力

分布方差波动较大,说明第 1 与第 2 个接触面压力分布均匀性较差.

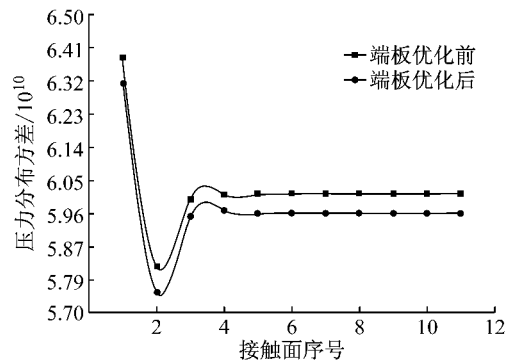


图 14 端板优化前、后压力分布方差

Fig. 14 Contact pressure variance before and after optimization of end plate

端板优化前后各流道平均接触压力分布如图 15 所示.

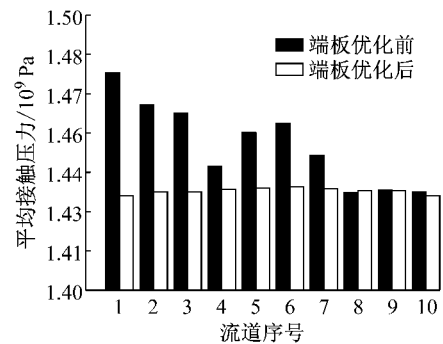


图 15 端板优化前、后各流道平均接触压力分布

Fig. 15 Average contact pressure of channels before and after optimization of end plate

由图 15 可知,端板优化前由于端板弯曲变形和钢带固定螺栓孔轴线的偏转导致电堆两侧双极板与膜电极之间接触压力高于中间部分,端板优化后各流道脊背间平均接触压力的均匀度得以提高.

3 结论

(1) 端板横截面方向尺寸对于端板长度方向螺栓孔的变形的不均匀度影响较小.

(2) 钢带位移不均匀度有随距端板任意一端最近的螺栓孔到这一端距离的增大而呈减小的趋势.

(3) 在本文的约束和载荷情况下决定下端板截面形状的多个尺寸存在最优尺寸.

(4) 端板优化后较优化前接触压力分布均匀度更高.

参考文献:

- [1] LIN P, ZHOU P, WU C W. A high efficient assembly technique for large proton exchange membrane fuel cell stacks(part II): applications[J]. *Journal of Power Sources*, 2010, 195(5): 1383.
- [2] TURAN C, CORA Ö N, KOÇ M. Effect of manufacturing processes on contact resistance characteristics of metallic bipolar plates in PEM fuel cells[J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2011, 36(19):12370.
- [3] LIN P, ZHOU P, WU C W. A high efficient assembly technique for large PEMFC stacks[J]. *Journal of Power Sources*, 2009, 194(1):381.
- [4] LIU B, WEI M Y, MA G J, *et al.* Stepwise optimization of endplate of fuel cell stack assembled by steel belts [J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2016, 41(4):2911.
- [5] YU H N, KIM S S, SUH J D, *et al.* Composite endplates with pre-curvature for PEMFC (polymer electrolyte membrane fuel cell)[J]. *Composite Structures*, 2010, 92(6):1498.
- [6] ASGHARI S, SHAHSAMANDI M H, KHORASANI M R A. Design and manufacturing of end plates of a 5 kW PEM fuel cell [J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2010, 35(17): 9291.
- [7] LIN P, ZHOU P, WU C W. Multi-objective topology optimization of end plates of proton exchange membrane fuel cell stacks[J]. *Journal of Power Sources*, 2011, 196(3):1222.
- [8] 蒋化南. 质子交换膜燃料电池堆端板优化设计及抗冲击性能研究[D]. 大连:大连理工大学, 2014.
- JIANG Huanan. Optimization design and mechanical response to dynamic impact in proton exchange membrane fuel cells[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2014.
- [9] 刘志伟, 杨海玉, 胡杨月. 燃料电池堆力学结构研究与端板设计优化[J]. *东方电气评论*, 2015(2):8.
- LIU Zhiwei, YANG Haiyu, HU Yangyue. Research on mechanical structure of fuel cell stack and optimization of end plate design[J]. *Dongfang Electric Review*, 2015(2):8.
- [10] CARRAL C, MÉLÉ P. A numerical analysis of PEMFC stack assembly through a 3D finite element model[J]. *International Journal of Hydrogen Energy*, 2014, 39(9):4516.
- (上接第 471 页)
- ZHU Zhiwen, CHEN Zhengqing. Numerical simulations for aerodynamic derivatives and critical flutter velocity of bridge deck[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2003, 91(1): 279.
- [8] 洪亮, 周志勇, 洪芳文, 等. 动网格技术在桥梁断面振动绕流问题中的应用[J]. *水动力学研究与进展*, 2007, 22(2): 237.
- HONG Liang, ZHOU Zhiyong, HONG Fangwen, *et al.* Applications of dynamic grid method to 2d unsteady flows involving moving flutter of bridge deck [J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2007, 22(2): 237.
- [9] 周志勇, 陈艾荣, 项海帆. 涡方法用于桥梁断面气动导数和颤振临界风速的数值计算[J]. *振动工程学报*, 2002, 15(3): 327.
- ZHOU Zhiyong, CHEN Airong, XIANG Haifan. Numerical assessment of aerodynamic derivatives and critical wind speed of flutter of bridge decks by discrete vortex method [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2002, 15(3):327.
- [10] 周志勇, 杨立坤. II形板梁分离流扭转颤振机理数值研究[J]. *空气动力学学报*, 2009, 27(6): 683.
- ZHOU Zhiyong, YANG Likun. Numerical study on the mechanism of torsional flutter for II-shaped section[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2009, 27(6): 683.
- [11] CHEN A R, ZHOU Z Y, XIANG H F. On the mechanism of vertical stabilizer plates for improving aerodynamic stability of bridges[J]. *Wind and Structures*, 2006, 9(1): 59.