

新型六杆四面体扭网壳的构形、静力和稳定性能

董石麟¹, 丁超¹, 郑晓清², 陈伟刚^{1,3}

(1. 浙江大学空间结构研究中心, 浙江杭州 310027; 2. 浙江大学建筑设计研究院有限公司, 浙江杭州 310028;

3. 浙江东南网架股份有限公司, 浙江杭州 311209)

摘要: 提出了一种基于投影平面为四边形的六杆四面体单元组成的新型扭网壳(简称六杆四面体扭网壳), 研讨了六杆四面体扭网壳结构的构形, 它构造简单, 节点和杆件数相对较少, 网格抽空率高, 兼有单层和双层网壳的优点. 针对上、下弦节点为半刚接半铰接六杆四面体单块扭网壳作了静力和线性与非线性稳定性分析, 结果表明上弦杆全部受压, 下弦杆全部受拉, 腹杆除周边一、二圈局部杆件受压外大部分也都受拉, 各类杆件内力变化幅度很小, 有利于杆件截面选配, 提高材料的利用效率. 结构的整体刚度好, 结构的双非线性稳定系数对比于相应特征值屈曲系数降幅很小, 用钢指标优越. 这类网壳结构在两种网格抽空方式的单块扭网壳、三种形式的四块组合型扭网壳和一种两块组合型扭网壳中有推广应用的前景.

关键词: 六杆四面体单元; 六杆四面体扭网壳; 半刚接半铰接单块扭网壳; 结构构形; 静力分析; 稳定性能; 用钢指标
中图分类号: TU393.3 **文献标志码:** A

Configuration, Static and Stability Analysis of Torsional Lattice Shell Composed of Six-bar Tetrahedral Units

DONG Shilin¹, DING Chao¹, ZHENG Xiaqing², CHEN Weigang^{1,3}

(1. Space Structures Research Center, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2. The Architectural Design & Research Institute of Zhejiang University Co., Ltd., Hangzhou 310028, China; 3. Zhejiang Southeast Space Frame Company, Hangzhou 311209, China)

Abstract: A new type of torsional lattice shell composed of six-bar tetrahedral units is proposed in this paper. The configuration analysis shows that its form is simple because of the comparatively fewer members and the higher evacuation ratio. The shell has advantages both of single-layer and double-layer shells. Both static and stability analyses of the

lattice shell with semi-rigid joints are carried out in this paper. It turns out that the upper chord members all carry loads in compression while the lower chord members all carry loads in tension. The web members are mainly in tension except for the ones close to the boundary. The members can be designed using similar sections due to the little variation between their internal forces, which makes the structure design convenient and helps improve the material using efficiency. The integral rigidity of the structure is good; its nonlinear stability coefficient is just a little smaller than its eigenvalue of the first mode. The steel consumption is comparatively small. This new structure can be applied in single torsional shells with two evacuation schemes, three kinds of torsional shells composed of four single shells and one kind of torsional shells composed of two single shells.

Key words: six-bar tetrahedral units; torsional lattice shell composed of six-bar tetrahedral units; single torsional shell with semi-rigid joints; structural form; static analysis; stability behavior; steel consumption

全螺栓连接的装配式钢结构建筑具有快速施工、节约劳动力、绿色环保等优点, 是我国建筑产业升级调整的重要方向. 目前国内外装配式结构体系的应用与研究主要集中在多高层建筑方面^[1], 大跨度空间结构的装配化体系研究较少, 主要集中在螺栓连接的新型节点研发上. 德国 Mero 公司针对不同网格形式研发了 KK、NK、ZK 等不同形式的节点, 并成功应用于众多实际工程中^[2]. 德国 Novum 公司针对自由曲面的网壳结构研发了一系列装配式节点, 并在上海世博会阿联酋馆中使用^[3]. Charles 提出了一种高精度板式节点(Unistrut 体系), 可用于正向交叉的立体桁架结构中^[4]. 尹晨光^[5]提出一种螺栓连接的新型复式球节点. 李浪等^[6]提出一种可

装配的组合型多面体网壳结构.但是这些对网壳装配化的研究均局限于零散杆件与节点的现场拼装,未做到模块化施工.传统的模块化轻型屋面结构主要有四角锥或三角锥单元构成的 Space Deck 体系和 Pyramitec 体系^[7],但这两种体系一般仅适用于双层平板网架中且需要添加额外的弦杆以保证结构几何不变. Kubik 等^[8]提出一种盒式空间刚架体系,由一系列平面投影为 X、T 和 L 形的刚架单元组成空腹网壳结构.

文献[9-11]提出一种六杆四面体单元组成的新型装配式球面网壳体系,这种结构体系具有良好的受力性能,并可做到模块化加工及拼装.本文在此基础上将六杆四面体单元装配化体系应用于扭网壳中,对其进行结构形体、静力和线性与非线性稳定性分析.研究表明这种扭网壳结构受力性能良好,具有单层网壳构造简单、杆件和节点数量少和双层网壳刚度大、稳定性好的特点,在单块扭网壳、四块组合型扭网壳、两块组合型扭网壳结构工程中有推广应用的前景.对于单元为正方形平面的六杆四面体扭网壳更能做到标准化设计、工业化生产和装配化施工.

1 结构形体

平面投影为四边形的六杆四面体单元是一种几何不变体系,由1根上弦杆、1根下弦杆和4根腹杆组成,如图1a所示.由这些单元组成的六杆四面体单块扭网壳的外形如平面为正方形时可用图1b表示.图1b中, H 为矢高, H_0 为中心点高度.通常的单块及多块组合型扭网壳在大中跨度空间结构应用比较广泛^[12-14].六杆四面体单块扭网壳的平面图和三维图如图2所示.图2中, H 为矢高, L 为跨度, a 为单元投影边长.这种网壳结构通常是对称的,在 45° 和 135° 两个方向上有两条对角对称轴线,若半条对称轴上有 $1, 2, \dots, p-1, p$ 个六杆四面体单元,则整个单块扭网壳共有 M 个六杆四面体单元:

$$M = 2p^2 - 2p + 1$$

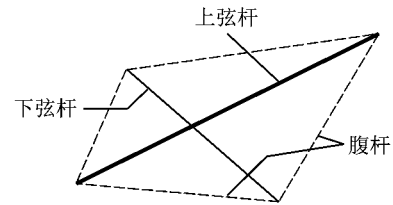
网格抽空率 η 为

$$\eta = \frac{1}{2} - \frac{1}{8p^2 - 8p + 2}$$

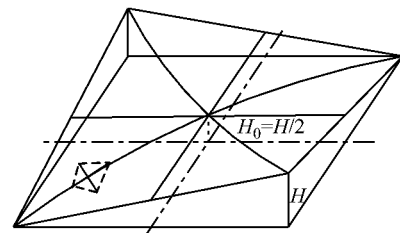
为简化起见,此时六杆四面体单块扭网壳可用 T_p 表示.如单元体与空网格的位置互换,可构成平面图和三维图由图3a和图3b表示的六杆四面体扭网壳,可用 T'_p 表示,相应的单元数 M' 和网格抽空率 η' 可分别表达如下:

$$M' = 2p^2 - 2p$$

$$\eta' = \frac{1}{2} + \frac{1}{8p^2 - 8p + 2}$$



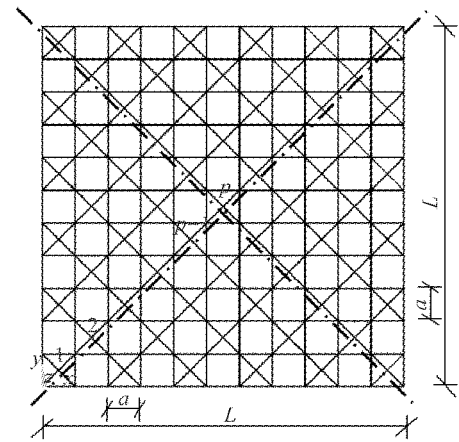
a 六杆四面体单元



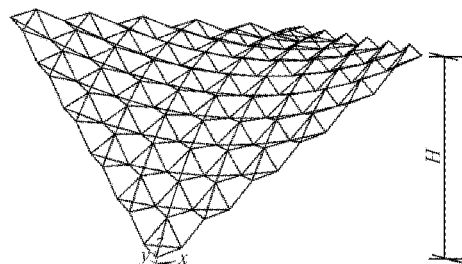
b 单块扭网壳外形

图1 六杆四面体单块扭网壳

Fig.1 Single torsional lattice shell composed of six-bar tetrahedral units



a 扭网壳 T_p 平面图



b 扭网壳 T_p 三维图

图2 六杆四面体单块扭网壳 T_p

Fig.2 Torsional lattice shell composed of six-bar tetrahedral units T_p

由此可见,六杆四面体单元扭网壳的抽空率比较大,当 p 为足够数时, T_p 、 T'_p 抽空率几乎相等,为

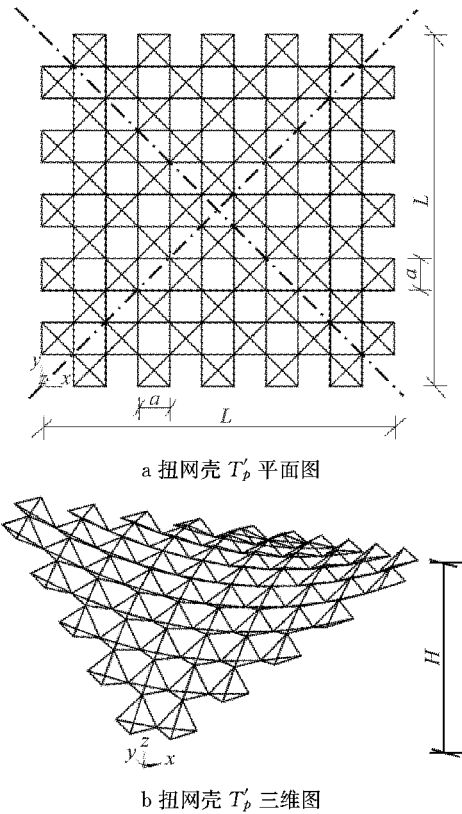


图 3 六杆四面体单块扭网壳 T_p

Fig.3 Torsional lattice shell composed of six-bar tetrahedral units T_p

50%，这是显见的。此外，由于六杆四面体单元的投影都为 $a \times a$ 的正方形平面，加工制作时可采用四角点竖向能调整的模具进行批量开发，有利于标准化设计、工业化生产和装配化施工六杆四面体扭网壳结构。

通过单块扭网壳的组合，六杆四面体扭网壳还可应用于四块组合型扭网壳 A 型、B 型、C 型和两块组合型扭网壳，如图 4 所示。

2 静力分析

兹采用上、下弦杆刚接，为梁单元，腹杆与上、下弦杆铰接，为杆单元，从而构成上、下弦节点均为半刚接半铰接的六杆四面体单块扭网壳。取扭网壳 T_p 平面尺寸 $55 \text{ m} \times 55 \text{ m}$ ，厚度为 2 m ，网格参数 $p=6$ ，六杆四面体单元总数 $M=61$ ，每个单元的平面投影为 $5 \text{ m} \times 5 \text{ m}$ 的正方形。上、下弦及腹杆分别选用 Q345 圆钢管 $\phi 299 \times 16$ 、 $\phi 203 \times 16$ 及 $\phi 114 \times 4$ 。采用通用有限元软件 ANSYS 进行静力分析，对所有梁（即弦杆）采用 BEAM188 单元进行模拟，每根梁分为 5 段，对所有杆（即腹杆）采用 LINK180 单元。假定网壳周边为不动铰支座，在均布荷载 $200 \text{ kg} \cdot$

m^{-2} （即每个节点的集中荷载为 $200 \times 5^2 = 5\,000 \text{ kg}$ ）作用下，对其内力与变位作详细分析。

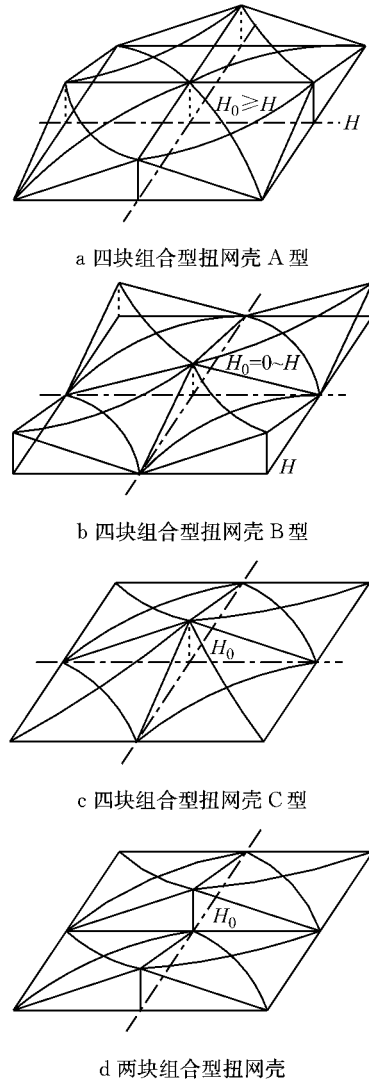


图 4 多块组合型扭网壳

Fig.4 Torsional lattice shell composed of several single ones

因单块扭网壳 T_p 具有双轴对称性，故列出 $1/4$ 网壳单元的内力及变形，单元及节点编号可按图 5

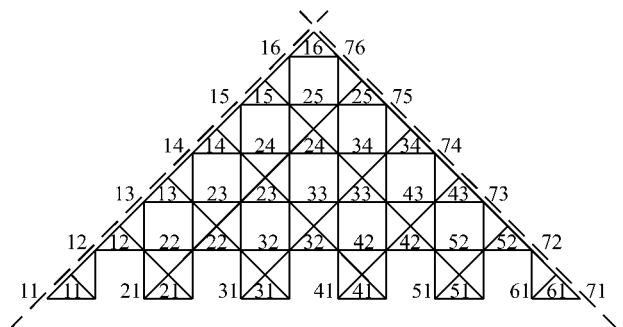


图 5 网壳单元及节点编号

Fig.5 Numbers of six-bar tetrahedral units and joints

所示. 六杆四面体单元 ij 的上、下弦杆及腹杆轴向内力分别用 N_{ij} 、 H_{ij} 及 S_{ija} 、 S_{ijb} 、 S_{ijc} 、 S_{ijd} 表示, 见图 6。

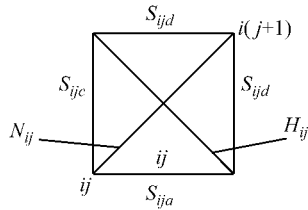


图 6 六杆四面体单元 ij 的轴向内力
Fig.6 Axial forces of six-bar tetrahedral unit ij 's members

上弦杆内力的计算结果见表 1(表中, 下划线标明了最大压力和最小压力), 其中弯曲内力 M_{ij} 为单元 ij 上弦杆的最大弯矩, 已由上弦杆自身坐标系平面内外弯曲内力 $M_{\bar{y}ij}$ 、 $M_{\bar{x}ij}$ 组合后求得, 相应的轴向应力和弯曲应力分别用 σ_{Nij} 和 σ_{Mij} 表示; 下弦杆内力变化与上弦杆具有相似性, 不再具体列出, 而是在以下数据分析中加以说明; 腹杆内力见表 2(表中下划线标明了最大拉力和最小拉力); 节点变位见表 3(表中下划线标明了最大节点变位)。

表 1 上弦杆内力

Tab.1 Internal forces of upper chord members

四面体编号 ij	N_{ij} / kN	$\sigma_{Nij} / \text{MPa}$	$M_{ij} / (\text{kN} \cdot \text{m})$	$\sigma_{Mij} / \text{MPa}$	$\frac{\sigma_{Mij}}{\sigma_{Nij}} / \%$
11	-484.3	-34.05	21.57	9.11	26.74
12	-565.2	-39.73	21.57	9.11	22.92
13	-547.6	-38.51	20.86	8.81	22.87
14	-535.5	-37.64	2.43	1.03	2.73
15	-525.9	-36.97	3.92	1.65	4.48
16	-522.7	-36.74	3.92	1.65	4.50
21	<u>-587.8</u>	-41.32	7.06	2.98	7.21
22	-559.7	-39.35	7.91	3.34	8.49
23	-538.7	-37.87	7.93	3.35	8.84
24	-528.9	-37.18	3.03	1.28	3.44
25	-525.7	-36.96	3.04	1.28	3.47
31	-527.7	-37.09	7.25	3.06	8.25
32	-520.7	-36.60	7.22	3.05	8.33
33	-512.9	-36.06	6.54	2.76	7.66
34	-510.2	-35.87	2.83	1.19	3.33
41	-545.2	-38.33	15.03	6.34	16.55
42	-533.0	-37.47	16.54	6.98	18.63
43	-522.8	-36.75	16.59	7.00	19.06
51	-409.5	-28.79	9.19	3.88	13.47
52	<u>-393.7</u>	-27.67	9.19	3.88	14.02
61	0	0	0	0	

由表 1~3 的数据分析可知:

(1) 上弦杆全部受压, 压力变化幅度不大, 除零杆外从最小值 $N_{52} = -393.7 \text{ kN}$ 到最大值 $N_{21} = -587.8 \text{ kN}$ 波动。

(2) 下弦杆全部受拉, 拉力的变化幅度也很小,

从最小值 $H_{12} = 245.7 \text{ kN}$ 到最大值 $H_{51} = 407.7 \text{ kN}$ 波动. 以绝对值而言, 下弦内力最大值约为上弦内力最大值的 70%. 下弦杆内力变化情况与上弦相似, 事实上, 当下弦取与上弦杆相同的截面时, 下弦的受力是与上弦相对称的, 即绝对值相同, 而拉压相反。

表 2 腹杆内力

Tab.2 Internal forces of web members

四面体编号 ij	S_{ija} / kN	S_{ijb} / kN	S_{ijc} / kN	S_{ijd} / kN
11	0	<u>-44.1</u>	0	<u>-44.1</u>
12	28.3	10.5	28.3	10.5
13	13.4	4.3	13.4	4.3
14	5.7	6.7	5.7	6.7
15	6.2	6.3	6.2	6.3
16	6.2	6.2	6.2	6.2
21	0	-0.1	-3.2	20.6
22	10.6	11.9	-2.9	9.6
23	6.0	6.2	6.8	7.3
24	6.1	6.5	5.9	6.6
25	6.1	6.1	6.7	6.7
31	0	-1.1	4.1	2.9
32	6.1	5.4	6.3	7.8
33	9.0	4.4	5.9	5.7
34	5.3	5.3	5.2	5.2
41	0	0.1	7.8	9.3
42	2.1	15.9	1.3	8.4
43	4.5	4.5	10.3	10.3
51	0	12.2	9.8	-7.9
52	-15.7	-15.7	3.4	3.4
61	0	0	<u>45.9</u>	<u>45.9</u>

表 3 节点变位

Tab.3 Nodal displacements

节点编号 ij	Δ_x / mm	Δ_y / mm	Δ_z / mm	Δ / mm
11	0	0	0	0
12	-0.93	-0.93	0.36	1.36
13	4.51	4.51	21.07	22.01
14	3.86	3.86	22.65	<u>23.30</u>
15	1.78	1.78	15.44	15.64
16	0.44	0.44	9.79	9.81
21	0	0	0	0
22	-1.99	6.20	10.37	12.24
23	1.51	4.10	17.67	18.20
24	2.77	0.44	16.09	16.33
25	2.63	-1.75	12.74	13.13
31	0	0	0	0
32	-1.71	2.87	6.58	7.38
33	2.24	-0.13	15.34	15.50
34	4.04	-3.18	18.38	19.09
41	0	0	0	0
42	-1.66	1.98	7.03	7.49
43	5.30	-4.42	21.98	23.04
51	0	0	0	0
52	-1.13	1.79	12.91	13.08
61	0	0	0	0

(3) 上、下弦杆都承受一定的弯曲内力, 最大弯

矩出现在两条斜对角线上靠支座附近,弯曲应力与相应轴向应力之比最大为 52.8%,除近支座弦杆外一般不超过 20%,表明上、下弦杆大部分以轴力为主。

(4)在凸向对角对称轴线靠支座处的两腹杆出现最大的压内力 $S_{11b} = S_{11d} = -44.1 \text{ kN}$,在凹向对角对称轴线靠支座处的两腹杆出现最大的拉内力 $S_{61c} = S_{61d} = 45.9 \text{ kN}$ 。从总体上来说,除靠近边界一、二圈六杆四面体单元中有局部的受压腹杆外,大多数腹杆都是受拉的,且最大的拉力值小于上弦杆最大压力绝对值的 10%。

(5)网壳的竖向变位和综合变位(通过 X、Y、Z 向变位综合后得出)均是向下的,最大值都发生在对

角线方向 1/4 处,约为 24 mm,为跨度的 1/2 300,跨中变位仅为 10 mm 左右,表明网壳的刚度很好。

3 稳定性分析

仍以第 2 节的算例尺寸及钢管截面大小为依据,先进行线性特征值屈曲分析。前 5 阶的屈曲模态如图 7 所示,主要表现为弯扭耦合模态,第 1 阶屈曲模态主要呈中心轴环向扭转,第 2、5 阶屈曲模态关于两条对角线方向呈现明显的对称性,第 3 阶屈曲模态仅关于凹向对角线对称。六杆四面体单元表现为整体翻转,本身是几何不变的。前 20 阶线性特征值屈曲的荷载系数见表 4。

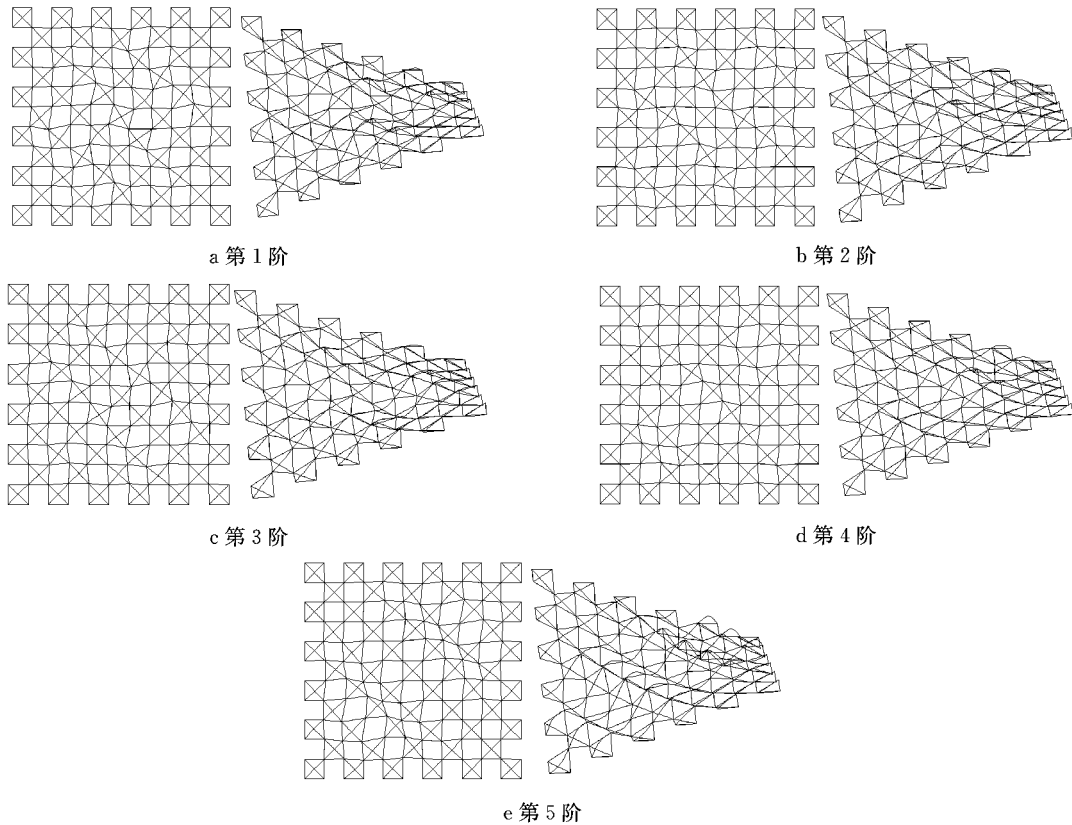


图 7 前 5 阶屈曲模态

Fig. 7 First 5 eigenvalue buckling modes

表 4 前 20 阶线性特征值屈曲荷载系数

Tab. 4 First 20 eigenvalues of the structure

模态	1 阶	2 阶	3 阶	4 阶	5 阶	6 阶	7 阶	8 阶	9 阶	10 阶
荷载系数	5.87	6.07	6.12	6.23	7.07	7.29	7.62	7.74	8.11	8.49
模态	11 阶	12 阶	13 阶	14 阶	15 阶	16 阶	17 阶	18 阶	19 阶	20 阶
荷载系数	8.62	8.63	9.10	9.19	9.57	9.65	9.85	9.95	9.96	10.00

根据《空间网格结构技术规程》^[15]要求,对网壳结构要进行双重非线性分析,且要考虑 1/300 一致缺陷的影响。将第 1 阶线性屈曲模态作为缺陷分布引入结构后的计算结果见图 8。同时,为考察不同缺

陷分布形式下结构的极限承载力,本文计算得到的其余 19 种屈曲模态也分别作为缺陷分布引入结构中进行分析,计算结果见表 5。从图 8 中可以看到,不计入材料非线性时,体系没有荷载下降段;计入双非

线性后,荷载系数在 5.8 时出现下降段;在考虑缺陷影响后,荷载系数在 5.4 时出现下降段,此时为相应第 1 阶线性特征值屈曲荷载系数的 92%。在分别引

入按照第 2~20 阶屈曲模态分布的初始缺陷后,结构稳定荷载系数与第 1 阶相比略有变化,最小值出现在引入第 5 阶屈曲模态后,其大小为 4.99。

表 5 不同缺陷分布形式下的非线性稳定系数

Tab.5 Nonlinear stability coefficients of the structure with different imperfection distribution patterns

缺陷分布模态	1 阶	2 阶	3 阶	4 阶	5 阶	6 阶	7 阶	8 阶	9 阶	10 阶
荷载系数	5.40	5.36	5.40	5.10	4.99	5.53	5.51	5.03	5.52	5.34
缺陷分布模态	11 阶	12 阶	13 阶	14 阶	15 阶	16 阶	17 阶	18 阶	19 阶	20 阶
荷载系数	5.37	5.12	5.41	5.22	5.57	5.32	5.64	5.77	5.34	5.80

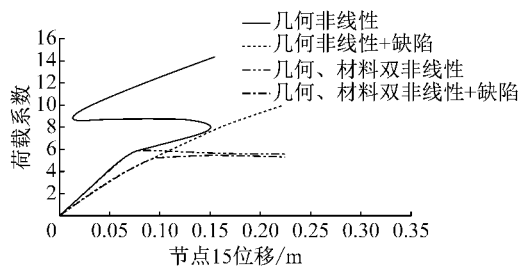


图 8 非线性荷载系数-位移曲线(节点 15)

Fig.8 Nonlinear load-displacement curve

3 结语

(1)本文提出了一类基于平面为正方形的六杆四面体单元组成的扭网壳,包括两种网格抽空形式的单块扭网壳,三种外形的四块组合型扭网壳和一种两块组合型扭网壳.这类扭网壳构造简单,抽空率高,节点和杆件相对较少,具有双层网壳和单层网壳的综合优点,突破了传统网壳需现场大量焊接的困难,有利于网壳的标准化设计、工业化生产和装配化施工。

(2)对周边不动铰支的单块半刚接半铰接扭网壳作了静力分析,不计零杆的上弦杆全部受压,相应的下弦杆全部受拉;上、下弦轴力的变化幅度很小,最大的幅值不超过平均轴力的 $\pm 25\%$,有利于杆件截面的选配,提高材料的使用效率;上、下弦杆都承受弯曲内力,但弯曲应力与相应轴向应力之比除近支座杆件外一般不大;腹杆在凸向、凹向对角线靠铰支座处分别产生最大的压、拉内力,但绝对值均小于最大上弦杆内力的 10% ;大部分腹杆内力都是受拉的,且拉力值很小。

(3)六杆四面体单块扭网壳节点竖向变位和综合变位的最大值产生在 $1/4$ 对角线处,约为 24 mm ,为跨度的 $1/2\ 300$,表明结构刚度很好。

(4)算例扭网壳首阶特征值屈曲的荷载系数为 5.87 ,后 19 阶特征值屈曲的荷载系数为首阶的 1.03

~ 1.70 倍;在考虑 $1/300$ 跨度一致缺陷并进行双非线性分析后,最小荷载系数没有出现在首阶屈曲模态,而是出现在第 5 阶,其荷载系数为 4.99 ,为首阶特征值屈曲荷载系数的 85% ,说明这种扭网壳的稳定性能很好。

(5)跨度 55 m 的算例单块扭网壳不计算节点用钢量时的用钢指标仅为 $32\text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}$,且设计应力和稳定性能分析结果表明结构尚有优化空间,其技术经济效率明显。

(6)由于该装配式扭网壳体系尚属首次提出,需对其可行性及理论计算结果进行试验验证.后续将对一平面投影尺寸为 $5.4\text{ m}\times 5.4\text{ m}$ 的扭网壳模型进行试验研究,对六杆四面体单元的加工、运输、拼装及整体结构全跨、半跨荷载下的受力性能做完整的模拟,以更好地体现结构的整个加工制作及施工流程,并对理论计算结果进行验证,从而更好地在实际工程中推广应用。

参考文献:

- [1] ZHANG Ailin, ZHANG Yanxia. Cyclic behavior of a prefabricated self-centering beam-column connection with a bolted web friction device[J]. *Engineering Structures*, 2016, 111(6): 185.
- [2] CAGLAYAN O, YUKSEL E. Experimental and finite element investigations on the collapse of a Mero space truss roof structure—a case study[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2008, 15(5): 458.
- [3] 黄永强,包联进,姜文伟,等.世博会阿联酋馆结构设计与研究[J]. *建筑结构学报*, 2010, 31(5): 142.
HUANG Yongqiang, BAO Lianjin, JIANG Wenwei, et al. Structural design and research on UAE Pavilion of the World Expo 2010 [J]. *Journal of Building Structures*, 2010, 31(5): 142.
- [4] MAKOWSKI Z S. Development of jointing systems for modular prefabricated steel space structures[C]//Proceedings of the International Symposium for Light Structures in Civil Engineering. Warsaw: International Association for Shell and Spatial Structures, 2002: 17-40.

(下转第 29 页)