

基于车道的交叉口车道功能和信号相位优化模型

聂磊, 马万经

(同济大学 道路与交通工程教育部重点实验室, 上海 201804)

摘要: 考虑不同进口道、不同流向、不同车道功能及不同相位方案等复杂因素的相互影响,建立了基于车道的交叉口车道功能和信号相位优化模型。模型目标函数采用交叉口关键流量比最小,考虑进出口道车道平衡、流量匹配、车道功能冲突、合用车道等饱和度等约束,能够同时优化进口道和出口道,给出了模型求解算法。提出的模型变量较少,与目前交通设计方法衔接更好,能够得到全局最优解,求解方法也相对简单。实例验证表明,模型能够有效降低交叉口关键流量比、周期和车均延误。

关键词: 交通控制;交叉口;车道功能;信号相位;优化

中图分类号: U491.4

文献标志码: A

A Lane-Based Optimization Model for Lane Function and Signal Phase at Intersection

NTE Lei, MA Wanjing

(The Key Laboratory of Road and Traffic Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: A lane-based optimization model for lane function and signal phase at intersection was established, considering the interaction of complex factors such as different approaches, different flow directions, different lane functions and different phase schemes. The objective function of the model was to minimize the critical flow ratio of the intersection, to consider the constraints such as lane balance, flow matching, lane function conflict, shared lane saturation, and to optimize the entrance and exit lanes at the same time. The solving algorithm for the proposed model was given. The proposed model has fewer variables, better connection with the current traffic design methods, and can get the global optimal solution.

Moreover, the solution method is relatively simple. The case study shows that the proposed model can effectively reduce the critical flow ratio, cycle and vehicle average delay at intersections.

Key words: traffic control; intersection; lane function; signal phase; optimization

常规交通信号配时设计方法是以交叉口车道功能方案为输入,计算交叉口信号配时参数。若评价指标不理想,则需调整车道功能方案,反复试算后,获得最佳的交通设计和交通控制方案。这种方法费时费力,还可能得不到最优化方案,特别是城市内部车道数较多的复杂交叉口。

车道功能和相位方案是影响交叉口时空资源利用水平和整体交通运行效率的关键因素,它们都是交叉口时空资源优化中的战略变量(慢变量),一般相对稳定,更适用于将两者整体离线优化。而周期和绿信比属于战术变量(快变量),容易改变更易动态调整^[1],可在车道功能和相位方案确定后再进行优化。车道功能和相位方案相互耦合、相互影响,必须整体考虑。

相位方案是给行人、车辆等各种交通流分配通行权,它是确保信号控制交叉口安全和效率的基本控制机制和参数^[2]。相位设计方法主要有两种模式,一种是早期基于相位阶段(stage-based),一种是后来基于信号灯组(signal group-based)^[3]。基于相位阶段的研究分为两类,第一类是提出相位选择的原则和逻辑流程,以定性分析和实践经验为主,或者以左转相位等某一类型相位进行定量分析,这类研究^[4-7]缺少整体的精确的数学模型表达和优化

收稿日期: 2019-09-09

基金项目: 国家重点研发计划资助(2018YFB1601000)

第一作者: 聂磊(1981—),男,高级工程师,博士生,主要研究方向为交通控制、交通设计。

E-mail: 0420120054@tongji.edu.cn

通信作者: 马万经(1980—),男,教授,工学博士,主要研究方向为交通控制、交通设计。

E-mail: mawanjing@tongji.edu.cn



论文
拓展
介绍

算法。第二类以采用图论、聚类或集合的方法建立相位数学优化模型^[8-13],但模型较为简单,较少考虑搭接相位,实用性和灵活性不够。美国双环相位(Dural-Ring)^[14-15]结构其本质也是基于信号灯组。基于信号灯组方法往往将相位方案与周期、绿信比等信号控制参数整体优化^[16-18],优化模型相对复杂。

Lam等^[19]以交叉口关键流量比之和最小为优化目标,首次建立了车道功能与信号配时组合优化模型,以车道组为优化对象,没有考虑合用车道内部车道流量会出现不均衡分布,车道组内部车道饱和度无法做到均衡,不一定能得到最优结果,甚至得出错误结论。Wong等^[3,16,20-22]提出了基于车道的十字交叉口车道功能和信号配时优化模型,车道功能是一组逻辑变量反映每个车道是否能够允许通行到其他出口,模型变量与进口车道数量相关,4车道进口的变量数超过两百个,约束也近七百个,建模和求解难度较高;以储备通行能力为优化目标时,周期往往取最大值,绿信比也是按照等饱和度分配,优化结果存在延误较大的问题。以延误最小为优化目标,模型属于混合整数非线性规划,变量多求解较为困难,实际应用受到限制。He^[23]和Liu^[24]等在基于Wong的模型基础上,调整约束使模型适用于国内右侧通行,并增加了短车道约束或排队影响,但周期仍取最大值,延误较高的问题依然存在。Yao等^[25]提出以最小延误的单目标和最小延误、最大通行能力的双层目标,优化交叉口相位方案、绿信比和短车道长度的模型,但车道功能未同步优化。张鹏等^[17]提出基于Dural-Ring相位的以延误最小为目标的交叉口车道与信号配时协同优化模型,但车道功能没有考虑直右、直左右、左右等共享车道,同时相位方案没有考虑单口放行相位方案,应用受限。

赵靖等提出了动态车道及出口道左转的车道功能与信号方案整体优化模型^[1,26-28],能够提高交叉口通行能力,但对于空间紧张的城市道路实施难度较大。Ma等^[29]参考Wong的模型思路提出了基于车道的环岛交叉口车道功能和信号配时优化模型。Yu等^[30]基于Wong的模型提出了车道功能和信号配时随机优化模型,使得车道功能鲁棒性更强,对流量波动更加不敏感。

本文首先建立基于车道的交叉口车道功能和信号相位组合优化模型;然后提出模型求解算法;最后

通过实例验证模型有效性,并进行敏感性分析。本文提出的模型变量较少,与目前交通设计方法衔接更好,更易理解,能够得到全局最优解,求解方法也相对简单。

1 车道功能和相位优化模型

1.1 模型输入

模型输入包括交叉口流量、进出口总车道数、路段车道数,具体表达如下。

① 交叉口流量: $Q_{i,j}$, 单位为 $\text{pcu}\cdot\text{h}^{-1}$, $i,j\in\{1,2,3,\dots,N\}$, i,j 代表方向或进口序号,南进口为1,序号顺时针增加, N 为交叉口进口数;

② 交叉口第 i 个进出口总车道数: L_i ;

③ 交叉口第 i 个进口路段车道数: B_i ;

1.2 模型变量

$\delta_{i,k}$ 为第 i 个进口第 k 种车道功能的车道数, $k\in\{0,1,2,\dots,7\}$, 共计 $N\times 8$ 个变量,若 $N=4$, 则有 32 个整数变量。8 种车道功能中, $k=0$ 代表出口道, $k=1\sim 7$ 分别代表左转(掉头或左转掉头)、直左车道、直行车道、直左右车道、左右车道、直右车道、右转车道。

1.3 模型约束

1.3.1 进出口道数量约束

第 i 个进口的进口道车道数和出口车道数之和等于进出口总车道数,第 i 个进口第 k 种车道功能的车道数大于等于 0, 出口道数不小于路段基本车道数, 出口道在路段基本车道数基础上最多拓宽 1 车道。

$$\delta_{i,k} \geq 0 \quad (1)$$

$$B_i + 1 \geq \delta_{i,0} \geq B_i \quad (2)$$

$$\sum_{k=0}^7 \delta_{i,k} = L_i \quad (3)$$

1.3.2 合用车道约束

合用车道的数量至多一条,否则进口内部车道就将产生冲突。若有直左右车道,则直行、直左、左右、直右车道数量均为 0,否则将产生冲突。

$$\delta_{i,2} \leq 1, \delta_{i,4} \leq 1, \delta_{i,5} \leq 1, \delta_{i,6} \leq 1 \quad (4)$$

若 $\delta_{i,4} = 1$, 则:

$$\delta_{i,2} = \delta_{i,3} = \delta_{i,5} = \delta_{i,6} = 0 \quad (5)$$

若 $\delta_{i,5} = 1$, 则:

$$\delta_{i,2} = \delta_{i,3} = \delta_{i,4} = \delta_{i,6} = 0 \quad (6)$$

1.3.3 车道功能模式约束

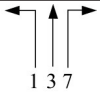
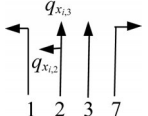
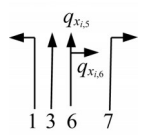
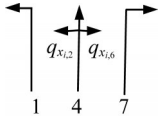
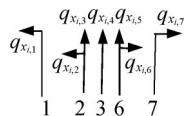
根据车道功能不同,进口车道功能一般可以分

为4种模式,模式I为独立的左转、直行和右转车道,进口道为三组独立的车流(车道组);模式II为具有直左合用车道,没有直右合用车道;模式III位有直右合用车道,没有直左合用车道;模式IV为有直左

右合用车流或同时具有直右和直左车流,整个进口道为一个车流。如果只考虑某一模式的方案,可采用表1的约束。

表1 进口道车道模式表

Tab.1 Entrance lane mode table

序号	模式	组合数量	约束表达
I		$\frac{(M_i-1)(M_i-2)}{2}$	$\delta_{i,1} \geq 1, \delta_{i,3} \geq 1, \delta_{i,7} \geq 1$ $\delta_{i,2} + \delta_{i,4} + \delta_{i,5} + \delta_{i,6} = 0$
II		$\frac{(M_i-1)M_i}{2}$	$\delta_{i,2} \geq 1, \delta_{i,7} \geq 1$ $\delta_{i,6} = 0$
III		$\frac{(M_i-1)M_i}{2}$	$\delta_{i,1} \geq 1, \delta_{i,6} \geq 1$ $\delta_{i,2} = 0$
IV-1		M_i	$\delta_{i,4} = 1$
IV-2		$\frac{(M_i-1)M_i}{2}$	$\delta_{i,2} = 1, \delta_{i,6} = 1$
车道组合数之和		$M_i^2 + (M_i - 1)^2$	

M_i 为*i*进口进口车道数, $M_i = L_i - \delta_{i,0}$, $q_{x_{i,2}}$ 和 $q_{x_{i,3}}$ 为*i*进口直左合用车道中的左转和直行流量; $q_{x_{i,5}}$ 和 $q_{x_{i,6}}$ 为*i*进口直右合用车道中的直行和右转流量; $q_{x_{i,1}}$ 、 $q_{x_{i,4}}$ 、 $q_{x_{i,7}}$ 为*i*进口独立左转、直行和右转车道的流量。

1.3.4 进出口道车道平衡

一般情况下,出口道车道数要分别大于等于左侧右转车道、对向直行车道和右侧左转车道的车道数。

$$\delta_{i,0} \geq \delta_{T(i+1),4} + \delta_{T(i+1),5} + \delta_{T(i+1),6} + \delta_{T(i+1),7} \quad (7)$$

$$\delta_{i,0} \geq \delta_{T(i+2),2} + \delta_{T(i+2),3} + \delta_{T(i+2),4} + \delta_{T(i+2),6} \quad (8)$$

$$\delta_{i,0} \geq \delta_{T(i+3),1} + \delta_{T(i+3),2} + \delta_{T(i+3),4} + \delta_{T(i+3),5} \quad (9)$$

$T(i)$ 为进口序号转换函数,定义为:若 $i \leq N$, $T(i) = i$,否则 $i > N$, $T(i) = i - N$ 。

1.3.5 流量与车道功能匹配

若某个流量流向大于0,则必须有该流向的车道功能。同理某个流量流向等于0,则禁止该流向的车

道功能。

若左转流量 $Q_{i,T(i+1)} > 0$,则:

$$\delta_{i,1} + \delta_{i,2} + \delta_{i,4} + \delta_{i,5} \geq 1 \quad (10a)$$

若直行流量 $Q_{i,T(i+2)} > 0$,则:

$$\delta_{i,2} + \delta_{i,3} + \delta_{i,4} + \delta_{i,6} \geq 1 \quad (10b)$$

若右转流量 $Q_{i,T(i+3)} > 0$,则:

$$\delta_{i,4} + \delta_{i,5} + \delta_{i,6} + \delta_{i,7} \geq 1 \quad (10c)$$

若左转流量 $Q_{i,T(i+1)} = 0$,则:

$$\delta_{i,1} + \delta_{i,2} + \delta_{i,4} + \delta_{i,5} = 0 \quad (11a)$$

若直行流量 $Q_{i,T(i+2)} = 0$,则:

$$\delta_{i,2} + \delta_{i,3} + \delta_{i,4} + \delta_{i,6} = 0 \quad (11b)$$

若右转流量 $Q_{i,T(i+3)} = 0$,则:

$$\delta_{i,4} + \delta_{i,5} + \delta_{i,6} + \delta_{i,7} = 0 \quad (11c)$$

1.3.6 车道组流量等饱和度

对于模式I,左转、直行和右转都是独立车道,各流向的车道流量都是平均分配,每种车道功能的每个车道的流量比和饱和度都是相同的。而对于模式

II~IV,有合用车道的进口车道功能方案,存在合用车道与多个车道共同构成车道组,特别是对于模式IV,整个进口道作为一个车道组,如果是按照车道组整体优化,默认认为车道组内所有车道流量均衡分配,完全共享,并按照等饱和度原则分配车道流量是偏乐观和理想的,有些车道功能方案设置合用车道,但实际车道流量无法完全共享做到等饱和度,因此采用车道为优化对象优化更符合实际。对于存在直行左转合用车道的模式II和直行右转合用车道的模式III,同样存在上述问题。如果这些方案合用车道流量不均衡,无法做到等饱和度或等流量比,从本质上来讲应转化为模式I独立左右转车道模式,因此这些不合理的车道功能方案,应予以舍弃。

(1) 模式II

直行和左转合用车道构成一个车道组,根据排队理论,车道组内部车道的饱和度相同,由于车道组在信号控制中是共用一个信号灯组,绿灯时间也相同,所以车道组内部车道的流量比也应相同。即:

$$\begin{cases} \frac{Q_{i,T(i+1)} - q_{x_{i,2}}}{\delta_{i,1}S_{i,1}} = \frac{\theta q_{x_{i,2}} + q_{x_{i,3}}}{S_{i,2}}, q_{x_{i,2}} \geq 0, q_{x_{i,3}} \geq 0 \\ \frac{Q_{i,T(i+2)} - q_{x_{i,3}}}{\delta_{i,3}S_{i,2}} = \frac{\theta q_{x_{i,2}} + q_{x_{i,3}}}{S_{i,2}}, q_{x_{i,2}} \geq 0, q_{x_{i,3}} \geq 0 \end{cases} \quad (12)$$

式中 $S_{i,1}$ 、 $S_{i,2}$ 、 $S_{i,3}$ 分别为左转、直行和右转饱和流量,取值分别为1 650、1 800和1 550 pcu·h⁻¹ [31]; θ 为左转流量对直行流量折算系数, $\theta_i = S_{i,2}/S_{i,1}$ 。

(2) 模式III

$$\begin{cases} \frac{Q_{i,T(i+2)} - q_{x_{i,5}}}{\delta_{i,3}S_{i,2}} = \frac{\phi q_{x_{i,6}} + q_{x_{i,5}}}{S_{i,2}}, q_{x_{i,5}} \geq 0, q_{x_{i,6}} \geq 0 \\ \frac{Q_{i,T(i+3)} - q_{x_{i,6}}}{\delta_{i,7}S_{i,3}} = \frac{\phi q_{x_{i,6}} + q_{x_{i,5}}}{S_{i,2}}, q_{x_{i,5}} \geq 0, q_{x_{i,6}} \geq 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中: ϕ 为右转流量对直行流量折算系数, $\phi = S_{i,2}/S_{i,3}$ 。

(3) 模式IV-1

$$\begin{cases} \frac{Q_{i,T(i+1)} - q_{x_{i,2}}}{\delta_{i,1}S_{i,1}} = \frac{q_{x_{i,2}} + Q_{i,T(i+2)} + q_{x_{i,6}}}{S_{i,0}}, q_{x_{i,2}} \geq 0, q_{x_{i,6}} \geq 0 \\ \frac{Q_{i,T(i+3)} - q_{x_{i,6}}}{\delta_{i,7}S_{i,3}} = \frac{q_{x_{i,2}} + Q_{i,T(i+2)} + q_{x_{i,6}}}{S_{i,0}}, q_{x_{i,2}} \geq 0, q_{x_{i,6}} \geq 0 \end{cases} \quad (14)$$

式中: $S_{i,0}$ 为 $S_{i,SL}$ 和 $S_{i,SR}$ 中的较小值; $S_{i,SL}$ 为直行左转合用车道饱和流量, $S_{i,SR}$ 为直行右转合用车道饱和流量。

(4) 模式IV-2

等饱和约束条件,分为8种情况,实现车道流量

守恒和等饱和度^[32]。

(1) 情况1($\delta_{i,1} > 0, \delta_{i,3} > 0, \delta_{i,7} > 0$)

$$\begin{cases} q_{x_{i,1}} + q_{x_{i,2}} = Q_{i,T(i+1)}, q_{x_{i,1}} \geq 0, q_{x_{i,2}} \geq 0 \\ q_{x_{i,6}} + q_{x_{i,7}} = Q_{i,T(i+3)}, q_{x_{i,6}} \geq 0, q_{x_{i,7}} \geq 0 \\ q_{x_{i,3}} + q_{x_{i,4}} + q_{x_{i,5}} = Q_{i,T(i+2)}, q_{x_{i,3}} \geq 0, q_{x_{i,4}} \geq 0, q_{x_{i,5}} \geq 0 \\ \frac{q_{x_{i,1}}}{S_{i,1}\delta_{i,1}} = \frac{\theta q_{x_{i,2}} + q_{x_{i,3}}}{S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,4}}}{\delta_{i,3}S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,5}} + \phi q_{x_{i,6}}}{S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,7}}}{S_{i,3}\delta_{i,7}} \end{cases} \quad (15)$$

(2) 情况2($\delta_{i,1} = 0, \delta_{i,3} > 0, \delta_{i,7} > 0$)

$$\begin{cases} q_{x_{i,2}} = Q_{i,T(i+1)}, q_{x_{i,1}} = 0, q_{x_{i,2}} \geq 0 \\ q_{x_{i,6}} + q_{x_{i,7}} = Q_{i,T(i+3)}, q_{x_{i,6}} \geq 0, q_{x_{i,7}} \geq 0 \\ q_{x_{i,3}} + q_{x_{i,4}} + q_{x_{i,5}} = Q_{i,T(i+2)}, q_{x_{i,3}} \geq 0, q_{x_{i,4}} \geq 0, q_{x_{i,5}} \geq 0 \\ \frac{\theta q_{x_{i,2}} + q_{x_{i,3}}}{S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,4}}}{\delta_{i,3}S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,5}} + \phi q_{x_{i,6}}}{S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,7}}}{S_{i,3}\delta_{i,7}} \end{cases} \quad (16)$$

(3) 情况3($\delta_{i,1} > 0, \delta_{i,3} = 0, \delta_{i,7} > 0$)

$$\begin{cases} q_{x_{i,1}} + q_{x_{i,2}} = Q_{i,T(i+1)}, q_{x_{i,1}} \geq 0, q_{x_{i,2}} \geq 0, q_{x_{i,4}} = 0 \\ q_{x_{i,6}} + q_{x_{i,7}} = Q_{i,T(i+3)}, q_{x_{i,6}} \geq 0, q_{x_{i,7}} \geq 0 \\ q_{x_{i,3}} + q_{x_{i,5}} = Q_{i,T(i+2)}, q_{x_{i,3}} \geq 0, q_{x_{i,5}} \geq 0 \\ \frac{q_{x_{i,1}}}{S_{i,1}\delta_{i,1}} = \frac{\theta q_{x_{i,2}} + q_{x_{i,3}}}{S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,5}} + \phi q_{x_{i,6}}}{S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,7}}}{S_{i,3}\delta_{i,7}} \end{cases} \quad (17)$$

(4) 情况4($\delta_{i,1} > 0, \delta_{i,3} > 0, \delta_{i,7} = 0$)

$$\begin{cases} q_{x_{i,1}} + q_{x_{i,2}} = Q_{i,T(i+1)}, q_{x_{i,1}} \geq 0, q_{x_{i,2}} \geq 0, \\ q_{x_{i,6}} = Q_{i,T(i+3)}, q_{x_{i,6}} \geq 0, q_{x_{i,7}} = 0 \\ q_{x_{i,3}} + q_{x_{i,4}} + q_{x_{i,5}} = Q_{i,T(i+2)}, q_{x_{i,3}} \geq 0, q_{x_{i,4}} \geq 0, q_{x_{i,5}} \geq 0 \\ \frac{q_{x_{i,1}}}{S_{i,1}\delta_{i,1}} = \frac{\theta q_{x_{i,2}} + q_{x_{i,3}}}{S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,4}}}{\delta_{i,3}S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,5}} + \phi q_{x_{i,6}}}{S_{i,2}} \end{cases} \quad (18)$$

(5) 情况5($\delta_{i,1} = 0, \delta_{i,3} = 0, \delta_{i,7} > 0$)

$$\begin{cases} q_{x_{i,2}} = Q_{i,T(i+1)}, q_{x_{i,2}} \geq 0, q_{x_{i,1}} = 0, q_{x_{i,4}} = 0 \\ q_{x_{i,6}} + q_{x_{i,7}} = Q_{i,T(i+3)}, q_{x_{i,6}} \geq 0, q_{x_{i,7}} \geq 0 \\ q_{x_{i,3}} + q_{x_{i,5}} = Q_{i,T(i+2)}, q_{x_{i,3}} \geq 0, q_{x_{i,5}} \geq 0 \\ \frac{\theta q_{x_{i,2}} + q_{x_{i,3}}}{S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,5}} + \phi q_{x_{i,6}}}{S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,7}}}{\delta_{i,7}S_{i,3}} \end{cases} \quad (19)$$

(6) 情况6($\delta_{i,1} > 0, \delta_{i,3} = 0, \delta_{i,7} = 0$)

$$\begin{cases} q_{x_{i,1}} + q_{x_{i,2}} = Q_{i,T(i+1)}, q_{x_{i,1}} \geq 0, q_{x_{i,2}} \geq 0 \\ q_{x_{i,6}} = Q_{i,T(i+3)}, q_{x_{i,6}} \geq 0, q_{x_{i,4}} = 0, q_{x_{i,7}} = 0 \\ q_{x_{i,3}} + q_{x_{i,5}} = Q_{i,T(i+2)}, q_{x_{i,3}} \geq 0, q_{x_{i,5}} \geq 0 \\ \frac{q_{x_{i,1}}}{S_{i,1}\delta_{i,1}} = \frac{\theta q_{x_{i,2}} + q_{x_{i,3}}}{S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,5}} + \phi q_{x_{i,6}}}{S_{i,2}} \end{cases} \quad (20)$$

$$(7) \text{ 情况 } 7(\delta_{i,1}=0, \delta_{i,3}>0, \delta_{i,7}=0) \begin{cases} q_{x_{i,2}} = Q_{i,T(i+1)}, q_{x_{i,2}} \geq 0, q_{x_{i,1}} = 0, q_{x_{i,7}} = 0 \\ q_{x_{i,6}} = Q_{i,T(i+3)}, q_{x_{i,6}} \geq 0, q_{x_{i,3}} \geq 0, q_{x_{i,4}} \geq 0 \\ q_{x_{i,3}} + q_{x_{i,4}} + q_{x_{i,5}} = Q_{i,T(i+2)}, q_{x_{i,5}} \geq 0 \\ \frac{\theta q_{x_{i,2}} + q_{x_{i,3}}}{S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,4}}}{S_{i,2} \delta_{i,3}} = \frac{q_{x_{i,5}} + \phi q_{x_{i,6}}}{S_{i,2}} \end{cases} \quad (21)$$

$$(8) \text{ 情况 } 8(\delta_{i,1}=0, \delta_{i,3}=0, \delta_{i,7}=0) \begin{cases} q_{x_{i,2}} = Q_{i,T(i+1)}, q_{x_{i,1}} = 0, q_{x_{i,4}} = 0, q_{x_{i,7}} = 0 \\ q_{x_{i,6}} = Q_{i,T(i+3)}, q_{x_{i,6}} \geq 0, q_{x_{i,2}} \geq 0 \\ q_{x_{i,3}} + q_{x_{i,5}} = Q_{i,T(i+2)}, q_{x_{i,3}} \geq 0, q_{x_{i,5}} \geq 0 \\ \frac{\theta q_{x_{i,2}} + q_{x_{i,3}}}{S_{i,2}} = \frac{q_{x_{i,5}} + \phi q_{x_{i,6}}}{S_{i,2}} \end{cases} \quad (22)$$

式(15)~(22)共8种情况的约束方程,均为线性方程组,可以表达为

$$A_{i,m} X_i = B_i, X_i \geq 0 \quad (23)$$

式中: $A_{i,m}$ 为*i*进口对应第*m*种情况的7×7矩阵,具体表达参见文献[32]; X_i 为*i*进口车道功能1、2、3、6、7各自的分流向流量,参见表1, $X_i = [q_{x_{i,1}}, q_{x_{i,2}}, q_{x_{i,3}}, q_{x_{i,4}}, q_{x_{i,5}}, q_{x_{i,6}}, q_{x_{i,7}}]^T$; B_i 为左转、右转和直行流量,

$$B_i = [Q_{i,T(i+1)}, Q_{i,T(i+3)}, Q_{i,T(i+2)}, 0, 0, 0, 0]^T$$

式(23)为线性方程组,可以采用LU分解法求解。如果矩阵*A*的秩和增广矩阵[*AB*]的秩相同,且都是7,则线性方程组有唯一解;若其秩相等但小于7,则线性方程组有无穷解;如果矩阵*A*的秩与增广矩阵[*AB*]的秩不相同,则无解。只有当解*X*的所有元素都不小于0,才是可行解。

因上述模型是线性方程组,若交叉口流量同比例增长,这各车道的流量也同比例增加,流量比也是同比例增加。

1.3.7 左转专用车道约束

根据HCM2000手册,左转车道约束为

$$\begin{cases} \delta_{i,1} \geq 1, Q_{i,T(i+1)} > 100 \\ \delta_{i,1} \geq 2, Q_{i,T(i+1)} > 300 \end{cases} \quad (24)$$

该约束选择性使用,若车道数较多,则开启,可大幅度减少计算量;若车道数不多,建议可不采用该约束,尽量得到全局最优解。

1.3.8 车道功能模式与相位方案

本研究重点针对多车道的、尽量避免冲突点的多相位控制方案。参考Dural-Ring的8相位方案,按照南北向和东西向两个大相位考虑,南北和东西各

考虑6种基本相位方案(P1~P6),共计36个相位组合方案。其中P1~P6分别代表:P1为对称放行相位;P2为单口独立放行相位;P3为有搭接的对称放行相位(搭接相位为某一进口);P4为有搭接的对称方向相位(搭接相位为另外进口);P5为搭接的单口放行相位(搭接相位为对称直行);P6为搭接的单口放行相位(搭接相位为对称左转)。

车道功能模式与信号相位方案之间对应关系和规则详见表2,I和III模式两两组合下可选择6种相位方案,其余只能考虑单口放行的相位方案。

表2 车道功能模式与相位方案

进口模式	I	III	II	IV-1	IV-2
I,III	P1-P6			P2	
II			P2		
IV-1,IV-2					

1.4 目标函数

流量比是可以充分反映交叉口时空资源的重要参数,可以衡量交叉口时空资源饱和程度^[19]。目标函数采用交叉口关键流量比之和最小,出口道同步优化模型如下:

$$\text{Min } Y$$

约束条件为式(1)~(22)

*Y*为交叉口关键流量比之和。若出口不进行优化,则目标函数不变,约束条件选择式(3)~(22)。

相位方案参考Dural-Ring的8相位方案结构,右转不控制的交叉口关键流量比计算公式见表3。

表3中, $y_{i,T(i+1)}$ 表示*i*进口到*i*+1出口左转流量比, $y_{i,T(i+2)}$ 表示*i*进口到*i*+2出口直行流量比,当进口为II和IV模式时,其流量相同,取其一即可。

式(25)~(26)中,主要考虑直行和左转流量比各种相位情况下最小流量比,但没有考虑右转专用车流的流量比。在国内右转专用车流往往是不受控制,其对周期等控制方案没有决定作用,但其对车道功能优化有影响,如果不加以考虑会产生不合理的车道功能方案。因此,需要对交叉口关键流量比进行修正,步骤如下:

步骤1:若交叉口进口存在模式I和II,则转步骤2,否则结束;

步骤2:记录所有专用右转车流的流量比;

步骤3:右转流量比排序,取最大值。

步骤4:右转流量比和式(25)~(26)计算值取最大值为交叉口关键流量比。

表3 车道功能模式与关键流量比
Tab. 3 Lane function mode and critical flow ratio

	I	III	II	IV-1, IV-2
I	$\text{Min } Y = \text{Max} \begin{pmatrix} y_{i, T(i+1)} + y_{T(i+2), i} \\ y_{i, T(i+2)} + y_{T(i+2), T(i+3)} \end{pmatrix}$		$\text{Min } Y = \text{Max}(y_{i, T(i+1)}, y_{i, T(i+2)}) + y_{T(i+2), i} \quad (25)$	
III				
II	$\text{Min } Y = y_{i, T(i+2)} + \text{Max} \begin{pmatrix} y_{T(i+2), T(i+3)} \\ y_{T(i+2), i} \end{pmatrix}$		$\text{Min } Y = y_{i, T(i+2)} + y_{T(i+2), i} \quad (26)$	
IV-1, IV-2				

搭接相位 P3-P6 的流量比之和相等,以流量比最小为目标,相位和车道功能会存在多个最优解。对于多个最优解,可适用于不同信号控制设备及控制要求,因此本文将所有最小的关键流量比之和相同的所有相位均作为最优方案。

1.5 模型算法

模型为整数非线性规划。考虑到交叉口进出口车道数一般不超过 10 条车道,其所有车道功能有限,可行解更是不多,因此,本文采用枚举法进行求解,可以得到全局最优解。本文采用 Window 7 平台 Visual Studio 2013 中 C++ 实现模型算法,并直接输出图片格式的方案,包括交叉口车道功能布置和相位方案。具体算法流程如图 1 所示。

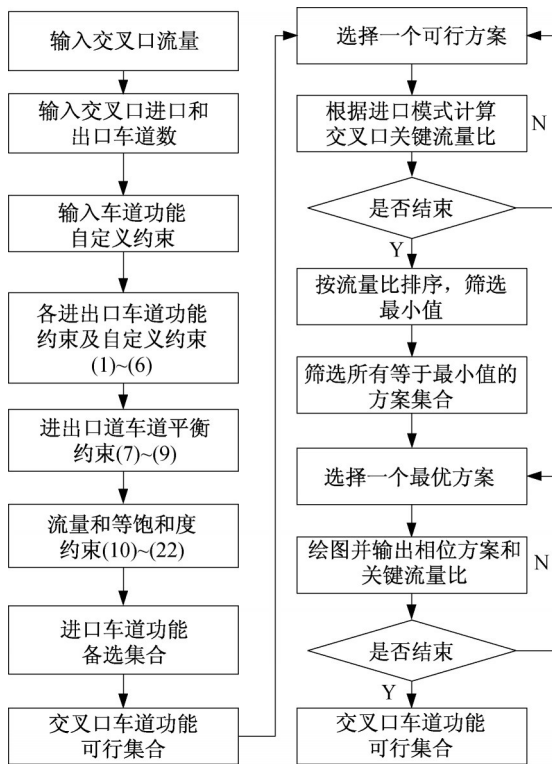


图1 模型算法流程

Fig. 1 Model algorithmic flow

2 模型验证与分析

2.1 交叉口基本参数

论文以张家港的人民路—长安路四叉十字路口为案例,现状交叉口交通设计、高峰小时流量及信号灯组(车流)如图 2 所示,各路口均是进口 4 条车道,路段和出口均为单向 3 条车道。信号相位为对称放行 4 相位,周期为 118 s。

2.2 优化结果

2.2.1 只优化进口道,出口道不优化

根据模型优化,最优方案关键流量比之和为 0.888,相位方案为单口放行,车道功能布置如图 3 所示,相位方案为单口放行。按照 HCM2000^[33] 的延误计算公式,优化周期和绿信比,最优周期为 99 s,车均延误为 63 s。图 3 中,图中, *i* 为进口序号,车道内的数字分别为车道组序号、车道流量、饱和流量和流量比,三、四象限内为相位方案,本例为 4 相位方案,相位内依次为相位车道组序号、相位流量比、车道功能示意图。

2.2.2 进口道和出口道同步优化

根据模型优化,最优方案关键流量比之和为 0.777,车道功能布置如图 4 所示,相位方案为搭接相位。按照 HCM2000 的延误计算公式,优化周期和绿信比,最优周期为 70 s,车均延误为 40 s。

2.2.3 Wong C K 模型

为了进一步论证模型的合理性并比较其性能,本文利用 lingo11.0 建立 Wong^[20] 提出的基于车道的储备通行能力最大的车道功能和信号配时优化模型(出口道不优化)与本模型的结果进行比较。在相同的输入条件下两个模型优化的车道功能和相位方案结果是相同的,储备通行能力为 $\mu=1.0032$,周期为最大周期 120 s。

2.2.4 结果分析

现状方案、Wong 模型、仅进口道优化和进出口

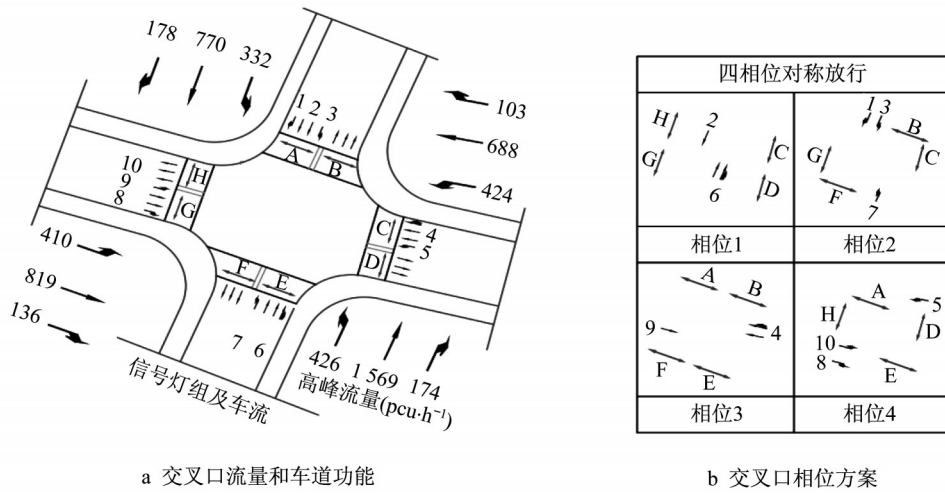


图2 交叉口流量、车道功能和相位方案

Fig. 2 Intersection flow, lane function and phase scheme

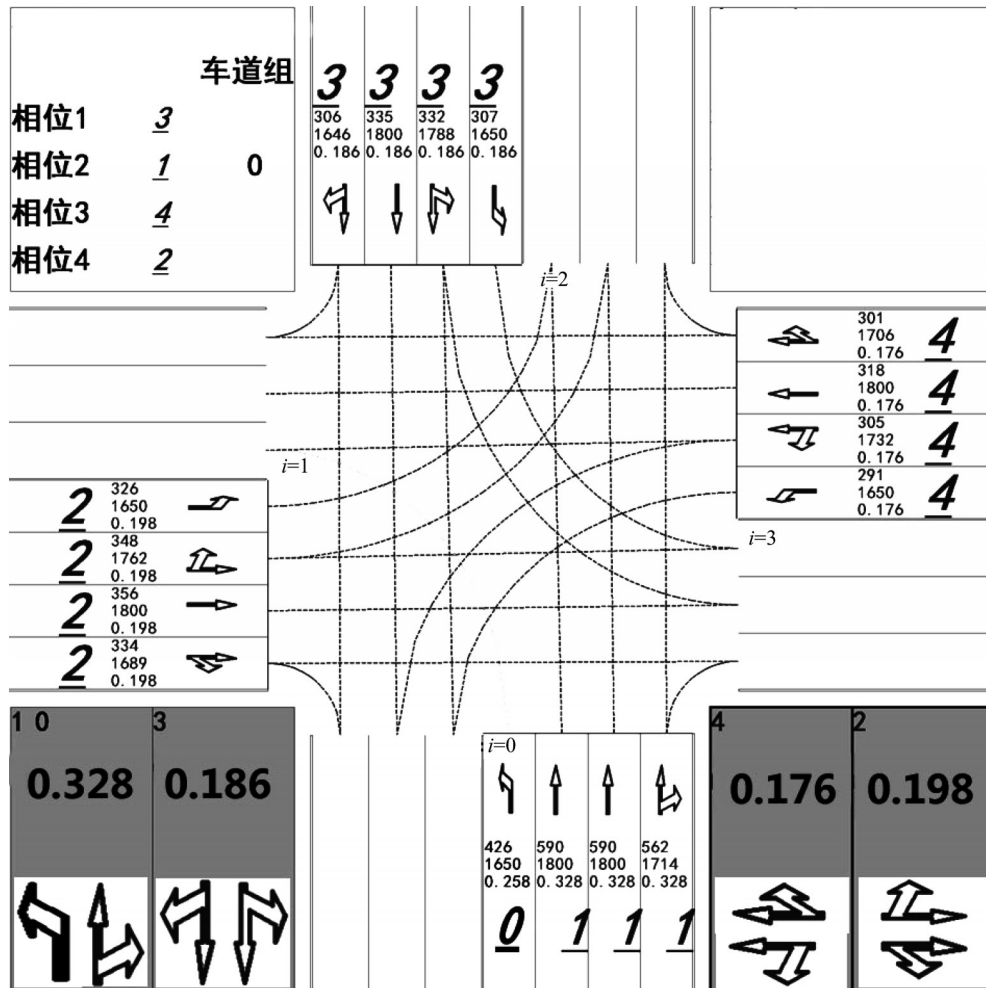


图3 最优车道功能和相位图(出口不优化)

Fig. 3 Optimal lane function and signal phase plan (non-optimization of exit lane)

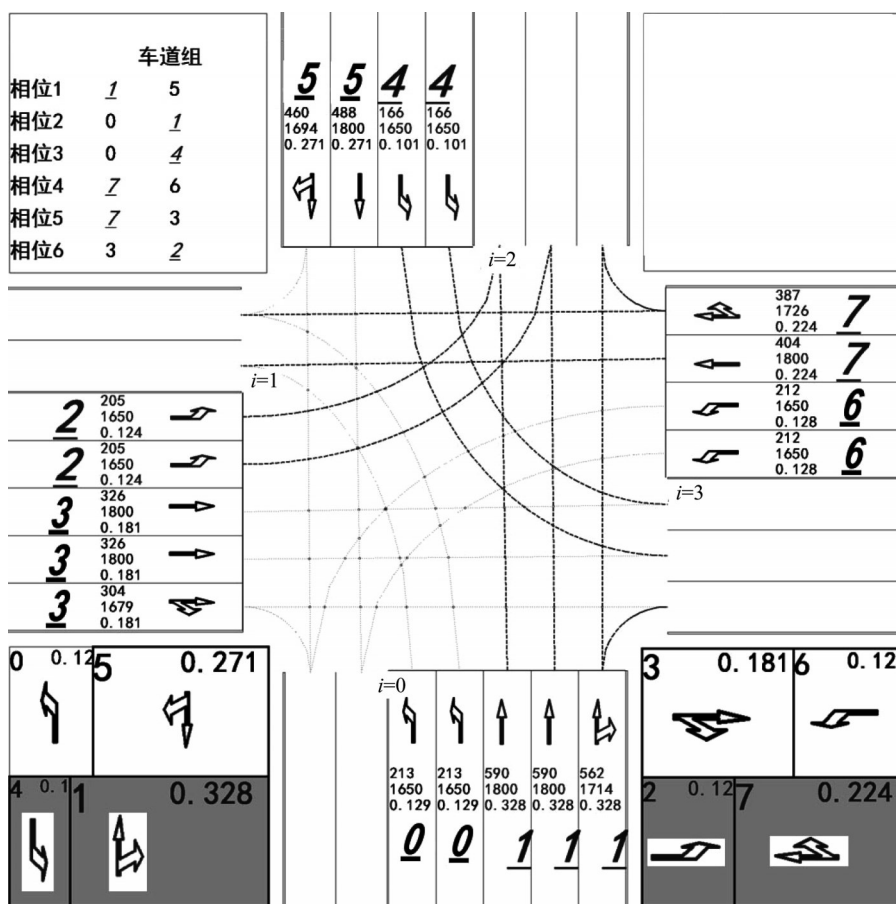


图4 最优车道功能和相位图(出口优化)

Fig. 4 Optimal lane function and signal phase plan (optimization of exit lane)

道同步优化4种方案的关键流量比、周期和延误对比如图5所示。

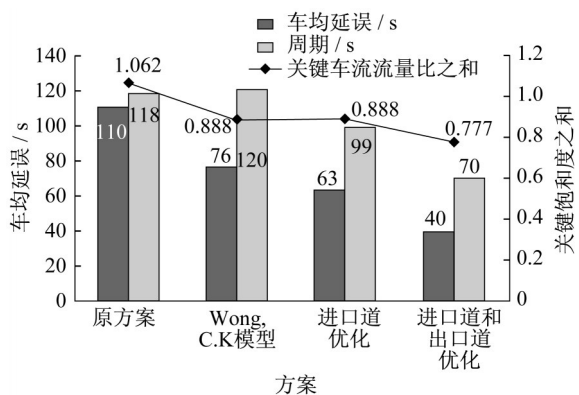


图5 4个方案优化结果对比图

Fig. 5 Comparison of optimization results of four schemes

根据图5的优化结果,模型能够有效降低交叉口关键流量比、周期和车均延误,仅优化进口道方案较原方案,交叉口关键流量比、周期和车均延误分别降低了16.4%,16.1%和42.7%,延误较Wong模型

低17.1%。进出口道同步优化方案较原方案,交叉口关键流量比、周期和车均延误分别降低26.8%、40.7%和63.6%,延误较Wong模型低47.4%。

2.3 敏感性分析

交叉口车道功能和相位方案主要受交叉口流量、进出口道是否优化因素影响。为分析方便,做如下假设:

(1) 每个进口流量相同,分为1 200、1 500和1 800 pcu·h⁻¹三档;

(2) 每个进口,左转比例 α ,直行比例为 β ,右转比例为 $(1-\alpha-\beta)$, $\alpha, \beta \in [10\%, 80\%]$, $\alpha + \beta \leq 1$ 。

(3) 右转车按照跟随各自进口的南北向或者东西向相位通行进行控制。

本文对上述流量和进出口道是否优化两个影响因素进行正交实验,共实验6次,见表4。

2.3.1 出口不优化

出口不优化条件下。进口流量1 200 pcu·h⁻¹的交叉口最小关键流量比之和的等高线如图6所示,最小关键流量比之和范围为0.51~0.722,呈现明显

表4 优化结果正交实验表

Tab.4 Optimization results of orthogonal experiments

实验序号	流量/(pcu·h ⁻¹)	出口道是否优化
1	1 200	否
2	1 500	否
3	1 800	否
4	1 200	是
5	1 500	是
6	1 800	是

的两个波峰。曲面图如图7所示,形状类似于驼峰。

随着左转和直行比例增加,流量比先降低再升高,随后再降低后升高,呈现明显的W形, $\beta \leq 0.35$, $0.5 \leq \alpha + \beta \leq 0.6$ 的区域形成山岭。

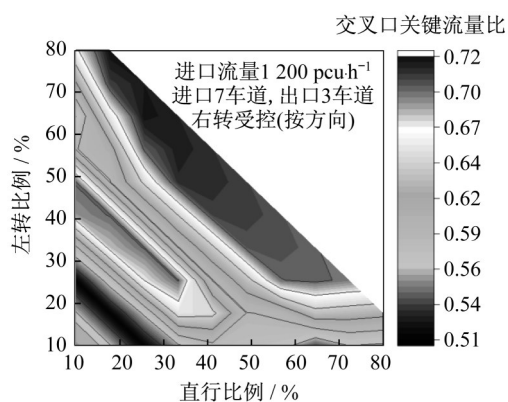


图6 交叉口关键流量比等高线图(实验1)

Fig. 6 Contour map of critical flow at intersections (test 1)

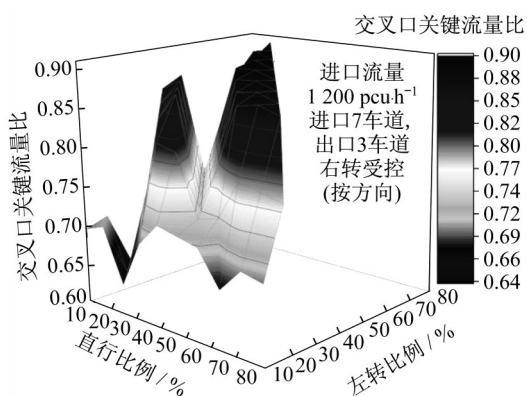


图7 交叉口关键流量比曲面图(实验1)

Fig. 7 Curved surface of critical flow at intersections (test 1)

对于进口流量为1 500和1 800 pcu·h⁻¹最小关键流量比之和的等高线图与图6~图7有类似的分布结果,只是其最小关键流量比相对较高,范围分别为0.638~0.903和0.766~1.083。

2.3.2 出口优化

出口优化条件下,进口流量1 200 pcu·h⁻¹的交叉口最小关键流量比之和的等高线图如图8所示,最小关键流量比之和范围为0.402~0.638,明显优于出口不优化。曲面图如图9所示,呈现明显的W形,在 $\alpha=0.4, \beta=0.25$ 和 $\alpha=0.5, \beta=0.175$ 附近形成两个明显的尖峰。

对于进口流量为1 500和1 800 pcu·h⁻¹最小关键流量比之和的等高线图与图8~图9有类似的分布特征,只是其最小关键流量比相对较大,范围分别为0.503~0.797和0.603~0.957,总体优于出口道不优化情况。

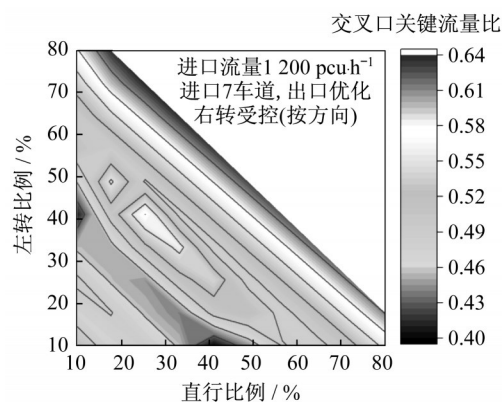


图8 交叉口关键流量比等高线图(实验4)

Fig. 8 Contour map of critical flow at intersections (test 4)

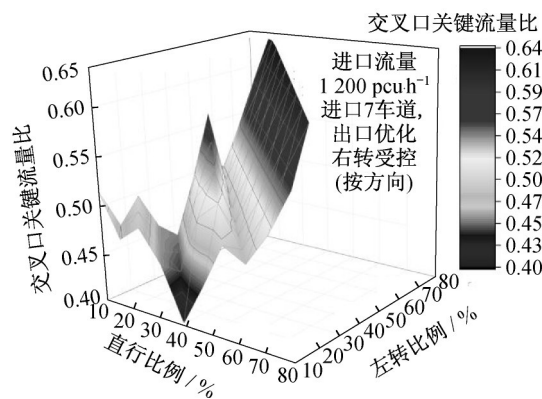


图9 交叉口关键流量比曲面图(实验4)

Fig. 9 Curved surface of critical flow at intersections (test 4)

3 结论

(1) 论文考虑了交叉口车道功能和相位方案相互耦合的特征,建立了交叉口车道功能和相位方案组合优化模型,模型目标函数采用交叉口关键流量

比最小,考虑进出口车道平衡、流量匹配、车道功能冲突、合用车道等饱和度等约束,可以同时优化进出口道和出口道,并给出了模型的算法流程。

(2)本文提出的模型变量较少,与目前交通设计方法衔接更好,更易理解,能够得到全局最优解,求解方法也相对简单。经实例验证和对比分析,交叉口车道功能优化模型实用有效,能够得出最优的车道功能方案和相位方案,模型能够有效降低交叉口关键流量比、周期和车均延误,特别是出口道同步优化的情况。模型能提高交叉口交通设计的效率和精度,为交叉口辅助设计软件开发奠定理论基础。

(3)交叉口车道功能和相位优化主要受流量、出口道是否优化因素影响,经正交实验分析,随着左转和直行比例增加,流量比先降低再升高,之后再降低后升高,呈现明显的W形,关键流量比之和分布差异较大,会出现多个峰值和谷值。出口道优化结果总体优于出口道不优化情况。

(4)下阶段还需将行人、非机动车通行因素纳入模型一并考虑。

参考文献:

- [1] 赵靖.提升道路通行能力时空协同优化控制理论与方法[D].上海:同济大学,2014.
ZHAO Jing. Urban streets capacity enhancement by coordination optimization of lane reorganization and signal control[D]. Shanghai: Tongji University, 2014.
- [2] RAHMI A. Traffic signals: capacity and timing analysis. Research report [M]. [S.l.]: Publication of Australian Road Research Board, 1981.
- [3] Wong C K, Wong S C, Tong C O. Optimization methods for off-line traffic signal settings: recent advances and prospective future research [J]. Communication and Transportation Systems Engineering and Information, 2005,5(2):36.
- [4] 彭国雄,王浩,杨晓光.诱导条件下信号灯相位相序设计[J].中国公路学报,2001,14(4):86.
PENG Guoxiong, WANG Hao, YANG Xiaoguang. Traffic signal phasing under the condition of route guidance system [J]. China Journal of Highway and Transport, 2001,14(4):86.
- [5] 王浩,彭国雄,杨晓光.相位相序安排与交叉口设计之间的关系[J].公路交通科技,2004,21(2):92.
WANG Hao, PENG Guoxiong, YANG Xiaoguang. The relationship between traffic signal phasing-sequence and intersection geometry design [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2004,21(2):92.
- [6] 姜克锦,祝江力.信号控制交叉口相位相序设计研究[J].交通标准化,2006(4):12.
JIANG Kejin, ZHU Jiangli. Study of design for traffic signal phasing-sequence of signal control intersection [J]. Communications Standardization, 2006(4):12.
- [7] 成卫,丁同强,李江.基于知识库的平面交叉口多相位信号设计理论研究[J].公路交通科技,2003,20(3):137.
CHENG Wei, DING Tongqiang, LI Jiang. Research on knowledge based grade crossing multi-phase signal design theory [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2003,20(3):137.
- [8] SLOBODAN G, GORDANA S, BRATISLAV L. Optimal traffic control[M]. [S.l.]: Taylor and Francis, 2008.
- [9] 陈文斌.单点信号控制交叉口相位相序优化模型研究[D].成都:西南交通大学,2015.
CHEN Wenbin. Phase and phase sequence optimization method for isolated signalized intersection [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2015.
- [10] 尹丽子.几类城市路口交通信号灯相位优化设计[J].济南大学学报(自然科学版),2011,25(3):315.
YIN Lizi. Optimization design for the crossroad traffic signal phase in a city [J]. Journal of University of Jinan (Science and Technology), 2011,25(3):315.
- [11] 徐良杰,王炜.基于有序样本动态聚类的信号相位相序优化模型[J].公路交通科技,2006,23(4):120.
XU Liangjie, WANG Wei. Phase and phase-sequence optimization model based on dynamic ordinal samples cluster algorithm [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2006,23(4):120.
- [12] 马万经,聂磊,杨晓光.基于损失时间的单点交叉口信号相序优化模型[J].同济大学学报(自然科学版),2010,38(7):1007.
MA Wanjing, NIE Lei, YANG Xiaoguang. Phase sequence model for signalized isolated intersection based on lost time [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2010,38(7):1007.
- [13] 许论辉,廖燃焜.基于车流轨迹的交叉口相位相序优化[J].广西师范大学学报(自然科学版),2010,28(3):5.
XU Lunhui, LIAO Rankun. Signal phasing-sequence optimization of intersection based on traffic track [J]. Journal of Guangxi Normal University (Natural Science Edition), 2010,28(3):5.
- [14] URBANIK T, TANAKA A, LOZNER B, et al. Signal timing manual [M]. 2nd ed. Washington D C: The National Academies Press, 2015.
- [15] KOONCE P, RODEGERDTS L, LEE K, et al. Traffic signal timing manual [R]. [S.l.]: Federal Highway Administration, 2008.
- [16] WONG C K, HEYDECKER B G. Optimal allocation of turns to lanes at an isolated signal-controlled junction [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2011,45(4):667.
- [17] 张鹏,李文权,常玉林.基于Ring-Barrier相位的交叉口车道功能判定与信号配时协同优化模型[J].东南大学学报(自然科学版),2013,43(3):659.

- ZHANG Peng, LI Wenquan, CHANG Yulin. Collaborative optimization model of lane markings and signal timings based on Ring-Barrier phase at intersections [J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2013, 43(3): 659.
- [18] YU Chunhui, MA Wanqing, HAN Ke, *et al.* Optimization of vehicle and pedestrian signals at isolated intersections [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2017, 98: 135.
- [19] LAM W H K, POON A C K, MUNG G K S. Integrated model for lane-use and signal-phase designs [J]. Journal of Transportation Engineering, 1997, 123(2): 114.
- [20] WONG C K, WONG S C. Lane-based optimization of signal timings for isolated junctions [J]. Transportation Research Part B, 2003, 37(1): 63.
- [21] WONG C K, WONG S C. A lane-based optimization method for minimizing delay at isolated signal-controlled junctions [J]. Journal of Mathematical Modelling and Algorithms, 2003, 2(4): 379.
- [22] WONG C K, WONG S C, TONG C O. A lane-based optimization method for the multi-period analysis of isolated signal-controlled junctions [J]. Transportmetrica, 2006, 2(1): 53.
- [23] HE Shanglu, WANG Wei, ZHANG Jian, *et al.* An improved optimization method for isolated signalized intersection based on the temporal and spatial resources integration [J]. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 2013, 96: 1696.
- [24] LIU Yanping, WONG C K. Refining lane-based traffic signal settings to satisfy spatial lane length requirements [J]. Journal of Advanced Transportation 2017, 2017: 1.
- [25] YAO Ronghan, ZHOU Hongmei, GE Yingen. Optimizing signal phase plan, green splits and lane length for isolated signalized intersections [J]. Transport, 2018, 33(2): 520.
- [26] 赵靖, 付晶燕, 杨晓光. 信号控制交叉口动态车道功能优化方法 [J]. 同济大学学报(自然科学版), 2013, 41(7): 996.
- ZHAO Jing, FU Jingyan, YANG Xiaoguang. Optimization model of dynamic lane assignment for isolated signalized intersection [J]. Journal of Tongji University (Nature Science), 2013, 41(7): 996
- [27] 赵靖, 周溪召. 基于车道控制的交叉口流向及信号组合优化模型 [J]. 计算机应用研究, 2016, 33(11): 3284.
- ZHAO Jing, ZHOU Xizhao. Lane based integrated model of movement prohibition and signal control for intersections [J]. Application Research of Computers, 2016, 33(11): 3284
- [28] 赵靖, 马万经, 韩印. 出口车道左转交叉口几何及信号组合优化模型 [J]. 中国公路学报, 2017, 30(2): 120.
- ZHAO Jing, MA Wanqing, HAN Yin. Integrated optimization model of layouts and signal timings of exit-lanes for left-turn intersections [J]. China Journal of Highway and Transport, 2017, 30(2): 120.
- [29] MA Wanqing, LIU Yue, HEAD Larry, *et al.* Integrated optimization of lane markings and timings for signalized roundabouts [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2013, 36: 307.
- [30] YU C H., MA W J, LO H K, *et al.* Robust optimal lane allocation for isolated intersections [J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2017, 32(1): 72.
- [31] 吴兵, 李晔. 交通管理与控制 [M]. 3版. 北京: 人民交通出版社, 2005.
- WU Bing, LI Ye. Traffic control and management [M]. 3rd ed. Beijing: China Communications Press, 2005.
- [32] 聂磊, 马万经. 基于车道等饱和度的交叉口车道功能优化模型 [J]. 同济大学学报(自然科学版), 2020, 48(1): 42.
- NIE Lei, MA Wanqing. A novel model for optimization of lane allocation at isolated intersection [J]. Journal of Tongji University (Nature Science), 2020, 48(1): 42.
- [33] Transportation Research Board. Highway capacity manual 2010 [M]. [S.l.]; TRB miscellaneous publications, 2010.