

# 铁道车辆几何滤波现象及弹性车体共振分析

周劲松, 孙文静, 宫 岛

(同济大学 铁道与城市轨道交通研究院, 上海 201804)

**摘要:** 运用简化铁道车辆模型, 对几何滤波现象进行了分析. 建立了刚柔耦合弹性车体模型, 分析了几何滤波现象对车体响应功率谱的影响, 以及几何滤波与弹性车体共振频率的关系. 研究表明, 几何滤波分为轴距滤波和定距滤波. 在某些特定轨道不平顺波长下, 车体的点头和浮沉响应均为零, 该现象称为轴距滤波; 定距滤波是指在某些波长下, 车体的浮沉或者点头响应为零. 在车体空点头响应频率附近, 轨道对车体浮沉振动的加速度传递率达到局部最大, 当车体的垂向 1 阶弯曲频率与这些峰值频率吻合时, 将产生车体弹性共振现象.

**关键词:** 铁道车辆; 几何滤波; 弹性车体; 平稳性

**中图分类号:** U 270.11

**文献标识码:** A

## Analysis on Geometric Filtering Phenomenon and Flexible Car Body Resonant Vibration of Railway Vehicles

ZHOU Jinsong, SUN Wenjing, GONG Dao

(Institute of Railway & Urban Mass Transit Research, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** The geometry filter phenomenon is analyzed with a simplified vertical railway vehicle. Then the relationship between geometry filter phenomenon and the resonant vibration of flexible carbody is studied with a full vehicle model. It is found that geometry filter phenomenon consists of “wheelbase filter” effects and “bogie center filter” effects. It is called wheelbase filter effect when there is neither car body bounce nor pitch responses at some wavelengths. And it is called bogie center filter effects when there is no car body bounce or pitch response at some track wavelengths. Near the null pitch response frequencies, the acceleration transmissibility from track unevenness to carbody bounce will reach local maximum. So if the carbody first bending frequency coincides with the frequencies which have the peak values of acceleration transmissibility, resonant vibration of

flexible carbody will happen.

**Key words:** railway vehicle; geometry filter; carbody flexibility; ride quality

由于铝合金型材和不锈钢等材料的大量使用, 车体承载结构日益轻量化<sup>[1]</sup>. 但是, 过分追求结构的轻量化, 会导致车体刚度不足, 致使车辆弹性振动加剧, 影响车辆的运行平稳性<sup>[2-4]</sup>. 国内外许多学者针对车体弹性对车辆运行品质的影响进行了大量研究, 还研究了被动及主动控制技术对车体弹性振动的控制作用与影响<sup>[3-7]</sup>. 在对轨道不平顺对车体弹性振动的研究中, 文献[2]对车体弹性共振进行了大篇幅的描述. 随后, 文献[3]给出了共振速度的定义和计算公式. 轨道车辆在多轮输入和悬挂系统的共同作用下, 会产生车体或者车体的某阶振型对轨道某些不平顺波长没有响应的现象, 由于该现象由轮对几何间距造成, 因此文献[8]称之为几何滤波 (geometric filtering) 现象. 本文对几何滤波进行了解析分析, 并分析了它与弹性车体共振频率的关系.

## 1 几何滤波分析

为了分析几何滤波现象, 采用了简化的车辆动力学模型, 如图 1 所示<sup>[9]</sup>. 该简化模型忽略了垂向一系悬挂, 假设车轮与构架在垂向刚性连接, 该模型包含 6 个自由度, 即车体和 2 个构架的浮沉、点头自由度. 坐标定义与动力学分析所需的几何及惯量参数见图 1. 图中:  $\theta_b$  为车体点头位移,  $z_b$  为车体浮沉位移;  $z_1, z_2$  分别为转向架 1 和转向架 2 的垂向位移;  $z_{w1}, z_{w2}, z_{w3}, z_{w4}$  分别为第 1 至第 4 轮对轨道不平顺垂向激励;  $k_s, c_s$  分别为每转向架二系悬挂的垂向刚

收稿日期: 2008-10-09

基金项目: “十一五”国家科技支撑计划资助项目 (2009BAG12A04-F01, 2009BAG12A02-B02-06)

作者简介: 周劲松 (1969-), 男, 副教授, 工学博士, 主要研究方向为载运工具运用工程. E-mail: jinsong.zhou@tongji.edu.cn

度和阻尼系数.

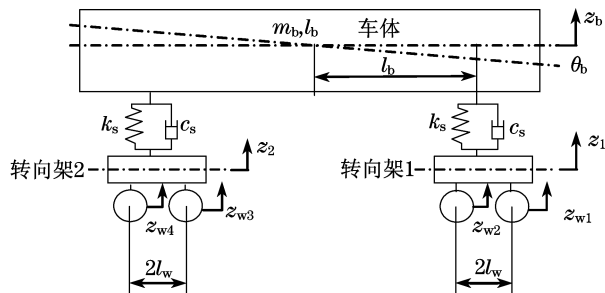


图1 铁道车辆简化模型

Fig.1 Simplified railway vehicle model

假设轨道不平顺为简谐激励,由于轴距及定距的存在,使得各轮对的输入存在相位差,设第1轮对的不平顺输入为  $z_{w1} = a \sin \omega t$ ,那么其后各轮对的输入为<sup>[9]</sup>

$$z_{w2} = a \sin(\omega t - \beta_1), \quad z_{w3} = a \sin(\omega t - \beta_2), \\ z_{w4} = a \sin(\omega t - \beta_3)$$

式中:  $\omega = 2\pi V/L_r$ ;  $L_r, V$  分别为简谐激励的波长和车辆运行速度.其他轮对与第1轮对的相位差为

$$\beta_1 = \frac{4\pi l_w}{L_r}, \quad \beta_2 = \frac{4\pi l_b}{L_r}, \quad \beta_3 = \frac{2\pi(2l_w + 2l_b)}{L_r}$$

式中:  $l_w, l_b$  分别为车辆的轴距和定距之半,如图1所示.前后构架中点的垂向位移为

$$z_1 = \frac{1}{2}(z_{w1} + z_{w2}) = a \sin\left(\omega t - \frac{\beta_1}{2}\right) \cos \frac{\beta_1}{2}$$

$$z_2 = \frac{1}{2}(z_{w3} + z_{w4}) = a \sin\left(\omega t - \beta_2 - \frac{\beta_1}{2}\right) \cos \frac{\beta_1}{2}$$

据此,图1所示的车辆动力学模型的振动方程为

$$m_b \ddot{z}_b + 2c_s \dot{z}_b + 2k_s z_b = k_s(z_1 + z_2) + c_s(\dot{z}_1 + \dot{z}_2) \quad (1)$$

$$I_b \ddot{\theta}_b + 2c_s l_b^2 \dot{\theta}_b + 2k_s l_b \theta_b = k_s l_w(z_2 - z_1) + c_s l_w(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \quad (2)$$

观察式(1)和(2)可知,对应图1所示的车体系统,车体的振动方程可以解耦成2个单自由系统的振动,即车体的浮沉和点头振动.它们各自的输入分别为

$$z_1 + z_2 = 2a \cos \frac{\beta_1}{2} \cos \frac{\beta_2}{2} \sin\left(\omega t - \frac{\beta_3}{2}\right) \\ z_2 - z_1 = -2a \cos \frac{\beta_1}{2} \sin \frac{\beta_2}{2} \cos\left(\omega t - \frac{\beta_3}{2}\right)$$

据此可知,当轨道不平顺输入波长为

$$L_r = \frac{4l_w}{2n+1}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (3)$$

轨道不平顺对车辆的点头和浮沉的输入皆为零.换句话说,在频率  $f_r = V(2n+1)/4l_w$  处将没有

车体的点头和浮沉响应.由于该现象是由转向架的轴距造成的,因此称之为“轴距滤波”现象.

当

$$L_r = \frac{4l_b}{2n+1}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (4)$$

此时轨道对车体浮沉模态振动输入为零,即当  $f_r = V(2n+1)/4l_b$  时,车辆的浮沉响应为零.

同理,当

$$L_r = 2l_b/n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (5)$$

轨道对车辆的点头振动输入为零,即当  $f_r = nV/2l_b$  时,车辆的点头振型的响应为零.以上2种情况,即在一定波长下,车体的浮沉或者点头振型的响应为零是由车辆的定距引起的,因此称之为“定距滤波”.这里,将轴距滤波和定距滤波统称为车辆的“几何滤波”现象.分析式(3)—(5)可知,几何滤波现象仅与车辆的轴距和定距相关,因此该结论对其他对称车辆模型同样适用.

## 2 相关频响函数矩阵及功率谱分析

车辆的线性或者线性化后的动力学方程均可采用如下的矩阵方式表达:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{D}_w \mathbf{z}_w + \mathbf{D}_{dw} \dot{\mathbf{z}}_w \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$  分别为惯量、阻尼和刚度矩阵;  $\mathbf{D}_w$  和  $\mathbf{D}_{dw}$  分别为轨道不平顺的位移和速度输入矩阵;  $\mathbf{z}_w$  和  $\mathbf{y}$  分别为轨道不平顺的输入矢量  $z_{w1} \sim z_{w4}$  和系统响应矢量.

依据式(6),车辆位移和加速度的频响函数矩阵  $\mathbf{H}(\omega), \mathbf{H}_a(\omega)$  分别为

$$\mathbf{H}(\omega) = [-\omega^2 \mathbf{M} + j\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1} [\mathbf{D}_w + j\omega \mathbf{D}_{dw}] \quad (7)$$

$$\mathbf{H}_a(\omega) = \omega^2 \mathbf{H}(\omega) \quad (8)$$

矩阵(7)和(8)为多输入、多输出的位移和加速度频响函数(FRF)矩阵,其各元素为单个轮对垂向输入至车辆响应的 SISO(single input and single output)频响函数,没有包含轮对间时延的作用.

对应图1所示的车辆动力学模型而言,定义

$$\mathbf{H}_c(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \begin{Bmatrix} 1 \\ e^{-j\omega\tau_2} \\ e^{-j\omega\tau_3} \\ e^{-j\omega\tau_4} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{H}_{ac}(\omega) = \mathbf{H}_a(\omega) \begin{Bmatrix} 1 \\ e^{-j\omega\tau_2} \\ e^{-j\omega\tau_3} \\ e^{-j\omega\tau_4} \end{Bmatrix}$$

式中:  $\tau_2 = 2l_w/V, \tau_3 = 2l_b/V, \tau_4 = (2l_w + 2l_b)/V$  分别为第2,3,4轮对相对于第1轮对的时延.经以上变换后,  $\mathbf{H}_c(\omega)$  和  $\mathbf{H}_{ac}(\omega)$  成为轨道单输入至车辆系统位移和加速度响应的 FRF 矩阵.由于该矩阵包含了轮对间时延的效果,这使得各轮对的输入是全相关的,因此也称之为相关频响函数矩阵(correlated

FRF matrix)<sup>[10]</sup>. 运用相关频响函数可以方便求得系统的频率响应以及轨道至车体响应的位移和加速度传递率,还可用于线路与车辆模态的共振频率分析.

如果轨道的不平顺输入的时域功率谱为  $S_{\omega}(\omega, V)$ , 那么车辆系统位移及加速度响应的功率谱分别为

$$S_{yy}(\omega, V) = H_c^*(\omega) S_{yy}(\omega, V) H_c^T(\omega) \quad (9)$$

$$S_{\ddot{y}\ddot{y}}(\omega, V) = H_{ac}^*(\omega) S_{\omega}(\omega, V) H_{ac}^T(\omega) \quad (10)$$

式中:  $H_c^*(\omega)$  和  $H_c^T(\omega)$  分别为相关频响函数  $H_c(\omega)$  的共轭和简直转置矩阵;  $S_{yy}(\omega, V)$ ,  $S_{\ddot{y}\ddot{y}}(\omega, V)$  分别为车辆速度为  $V$  时, 在时间频率  $\omega$  处的位移和加速度的响应功率谱矩阵. 对于式(9)和(10), 运用虚拟激励分析方法也可以得到同样的结论<sup>[11]</sup>.

### 3 几何滤波对弹性车体共振频率的影响

#### 3.1 铁道车辆垂向刚柔耦合模型

本研究采用刚柔耦合垂向动力学模型分析几何滤波现象对功率谱响应和弹性车体共振的影响. 该模型参见文献[4]. 假设第  $i$  阶的振型函数为  $Y_i(x)$ , 模态坐标为  $q_i(t)$ . 取前  $n$  阶模态来表示车体的振动有<sup>[4-5]</sup>

$$z(x, t) = z_b(t) + \left( \frac{L}{2} - x \right) \theta_b(t) + \sum_{i=3}^n Y_i(x) q_i(t)$$

当  $i > 2$  时, 取振型函数为

$$Y_i(x) = \cosh \beta_i x + \cos \beta_i x - \frac{\cosh \lambda_i - \cos \lambda_i}{\sinh \lambda_i - \sin \lambda_i} (\sinh \beta_i x + \sin \beta_i x)$$

据此整个车辆系统的动力学方程可以描述成式(6)形式. 依据式(7)~(10)可以求得相应的相关频响函数、位移和加速度的功率谱响应.

#### 3.2 几何滤波对频响函数和功率谱响应的影响

本研究采用文献[4]典型高速客车参数作为原始计算参数, 刚柔耦合模型中仅考虑车体的前 2 阶弹性振动模态, 车辆运行速度为  $200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时, 轨道不平顺输入至刚性车体中部浮沉振动加速度响应的相关频响函数传递率如图 2, 3 所示. 从图 2 可以看到, 由于轴距滤波现象, 在一些频率点处轨道不平顺对车体的点头和浮沉的传递率均为零, 即此时这些频率的输入将不会产生车辆的振动响应. 由于定距滤波现象, 空点头响应频率点和空浮沉响应频率点交替出现. 从式(3)和(4)的分析可知, 这些空响应频率数值依据车辆的定距和轴距的不同而变化, 同

时也随着车辆的运行速度而改变. 图 3 为在对数坐标下, 相关频响函数的车体浮沉加速度传递率随车辆运行速度变化的情况. 可以看到, 随着运行速度的提高, 空响应频率的数值随之提高. 当车辆运行速度为  $200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ , 采用文献[4]的车辆参数时, 依据式(3)和(4), 空响应频率点的数值见表 1.

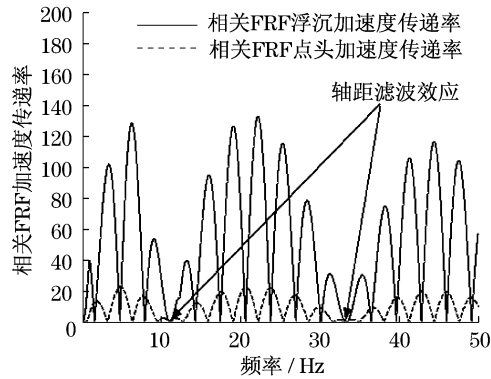


图 2 刚性车体相关频响函数加速度传递率

Fig.2 Acceleration transmissibility of correlated FRF

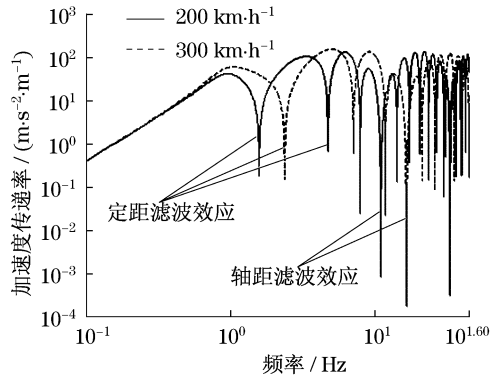


图 3 运行速度对刚体浮沉加速度传递率的影响

Fig.3 Velocity influences on transmissibility

表 1 运行速度  $200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时不同阶数空响应频率点

Tab.1 Null response frequency points  
( $V = 200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ) Hz

| 阶数  | 无浮沉响应 | 无点头响应 | 无浮沉和点头响应 |
|-----|-------|-------|----------|
| 0 阶 | 1.58  | —     | 11.11    |
| 1 阶 | 4.76  | 3.17  | 33.33    |
| 2 阶 | 11.11 | 6.35  | 55.56    |
| 3 阶 | 14.29 | 9.52  | 77.78    |
| 4 阶 | 17.46 | 12.70 | 100.00   |
| 5 阶 | 20.63 | 15.87 | 122.22   |
| 6 阶 | 23.81 | 19.05 | 144.44   |

分析图 2 还可以看到, 在点头空响应频率点  $f_r = nV/2l_b$  附近, 车体浮沉振型的加速度传递率达到最大值; 即当轨道不平顺激励频率接近  $f_r = nV/2l_b$  时, 轨道不平顺对车体浮沉振动的传递率

达到最大. 由于轴距滤波效应等因素, 轨道不平顺加速度传递率的最大值不是准确地发生在  $f_r = nV/2l_b$ , 其数值可以通过数值解法获得.

图4是点头空响应频率点  $f_r$  和最大浮沉加速度传递率的频率值对比. 可以看到对应某一速度会有多个共振频率. 图中表明, 当  $n=2$  时加速度共振频率与空点头响应的频率偏差最小, 当运行速度为  $300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  时, 其偏差值最大, 为  $0.36 \text{ Hz}$ , 误差约为  $4\%$ . 由于误差不是很大, 而且解析式使用起来相当方便, 因此可以近似认为  $f_r = nV/2l_b$  即为车体的共振频率.

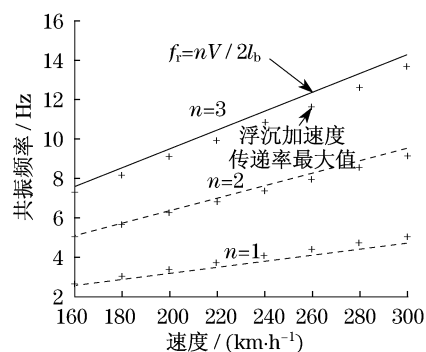


图4 速度对车体中部浮沉共振频率的影响

Fig.4 Velocity influences on resonant frequency

图5,6分别为弹性车体的加速度传递率和车体的响应功率谱. 从图5中可以看到, 当车体的弹性1阶弯曲频率为  $6.2 \text{ Hz}$ , 与刚性车辆浮沉加速度传递率的最大值相吻合时, 弹性车体中部加速度的传递率急剧上升, 此时车体产生强烈的弹性共振现象, 导致平稳性急剧恶化. 而当车体的弹性频率为  $12.3 \text{ Hz}$  时, 虽然与表1中  $12.7 \text{ Hz}$  的数值较为接近, 但是由于此频率处的加速度传递率数值大大小于  $6.2 \text{ Hz}$  处的数值(图2), 因此其加速度传递率相对  $6.2 \text{ Hz}$  处而言要小许多. 当采用高速高干扰轨道谱<sup>[13]</sup>输入, 车体的垂向1阶弯曲频率为  $12.3 \text{ Hz}$  时, 弹性车体中部和转向架上方的加速度响应功率谱见图6. 分析图6可知, 与刚性车体相同的是, 由于轴距滤波效应, 在某些频率处, 车体的弹性和刚性振动响应均为零. 从轨道不平顺的功率谱可知<sup>[13]</sup>, 轨道不平顺的输入能量随频率的增加迅速衰减, 因此最重要的是避免车体在低频处产生共振.

### 3.3 几何滤波对弹性车体共振频率的影响

图7,8是采用原始计算参数, 采用协方差法计算车辆的运行平稳性<sup>[14-15]</sup>, 变化车辆运行速度时, 车体弹性与车体中部和车体端部运行平稳性的关

系. 分析图7,8和图4计算结果可知, 对于高速车而言, 当  $n \geq 3$  时, 即使车体的垂向1阶弯曲频率与线路浮沉激励频率吻合, 由于该共振频率处轨道谱的线路不平顺激励能量相对较低, 因此振动很容易由结构阻尼衰减, 不会导致车体剧烈的弹性振动. 当  $n=1$ , 车体弯曲频率与浮沉加速度传递率的峰值频率相吻合时(图2), 的确会导致车体剧烈弹性振动, 但事实上车体在整备状态下的频率往往都会大于  $n=1$  的工况(图4), 因此特别需要关注的是当车辆运行速度为  $V = f_c / l_b$  时, 车辆的振动情况, 其中  $f_c$  为车体的垂向1阶弯曲频率. 分析图7,8可以看到, 当车体频率大于  $12.0 \text{ Hz}$  后, 车体中部及转向架上方的平稳性数值趋于稳定. 因此可以认为当运行速度低于  $300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  及车体弹性大于该数值时可以忽略车体的弹性. 分析图7,8可以看到, 车体中部的共振频率与图4的分析结果一致, 而车体端部平稳性指标峰值处的频率在各速度级下都比车体中部的共振频率值要略小. 这是由于转向架上方包含了车体的点头振动, 因此导致了峰值频率的偏移.

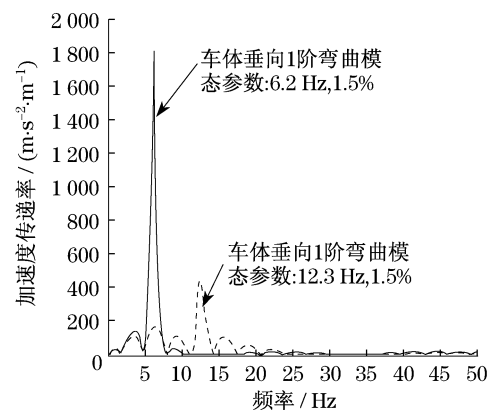


图5 弹性车体中部相关频响函数加速度传递率

Fig.5 Acceleration transmissibility of flexible carbody

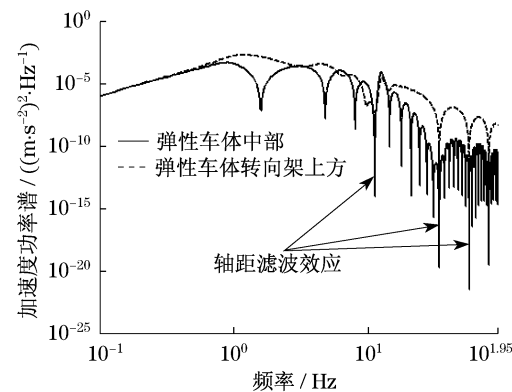


图6 弹性车体的响应功率谱

Fig.6 Acceleration PSDs of flexible carbody

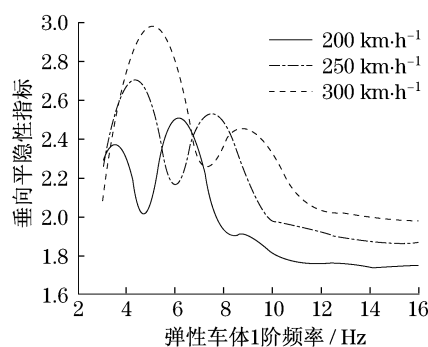


图7 速度对车体中部共振频率的影响

Fig.7 Velocity influence on resonant vibration at car body center

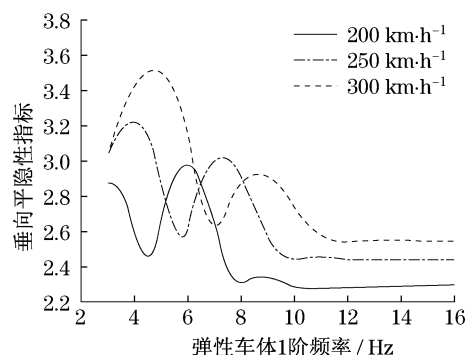


图8 速度对车体端部共振频率的影响

Fig.8 Velocity influence on resonant vibration at car body end

## 4 结论

本文分析了几何滤波现象,给出了几何滤波现象的解析解.分析表明,几何滤波分为轴距滤波和定距滤波,轴距滤波是指在某些特定波长下车体的点头和浮沉响应均为零,即此时车体的响应为零;定距滤波是指在某些波长下,车体的浮沉或者点头响应为零.在车体空点头响应频率附近,轨道对车体浮沉振动的加速度传递率达到局部最大,当车体的垂向1阶弯曲频率与这些峰值频率吻合时,将产生剧烈的弹性振动,从而影响承载舒适性和车体结构的疲劳寿命.分析还表明,较高频率处的车体弹性共振,由于轨道不平顺输入较小,而被车体结构阻尼迅速衰减,因此不会对运行平稳性构成影响.在本文的算例中,当车体的垂向弹性1阶弯曲频率大于12 Hz后,线路导致的整个车体弹性共振对平稳性的影响不大.

## 参考文献:

[1] Morimur T, Seki M. The course of achieving 270 km/h

operation for Tokaido Shinkansen-Part 1: technology and operations overview [J]. Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2005, 219(1): 21.

[2] Diana G, Cheli F, Collina A, et al. The development of a numerical model for railway vehicles comfort assessment through comparison with experimental measurement [J]. Vehicle System Dynamics, 2002, 38(3): 165.

[3] 曾京, 罗仁. 考虑车体弹性效应的铁道客车系统振动分析[J]. 铁道学报, 2007, 29(6): 19.

ZENG Jing, LUO Ren. Vibration analysis of railway passenger car systems by considering flexible carbody effect[J]. Journal of the China Railway Society, 2007, 29(6): 19.

[4] 周劲松, 宫岛, 孙文静, 等. 铁道客车车体垂向弹性对运行平稳性的影响[J]. 铁道学报, 2009, 31(2): 32.

ZHOU Jinsong, GONG Dao, SUN Wenjing, et al. Influence of vertical elasticity of carbody of railway passenger vehicles on ride quality [J]. Journal of the China Railway Society, 2009, 31(2): 32.

[5] 周劲松, 宫岛, 任利惠. 铁道车辆弹性车体被动减振仿真分析[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2009, 37(8): 1085.

ZHOU Jinsong, GONG Dao, REN Lihui. Simulation on passive vibration control of flexible carbody of railway passenger vehicles [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2009, 37(8): 1085.

[6] 陆正刚, 郭慧明. 柔性车体振动和运行平稳性控制研究[J]. 中国机械工程, 2006, 17(10): 1026.

LU Zhenggang, GUO Huiming. Flexible vehicle vibration active control and ride quality improvement [J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(10): 1026.

[7] Schandl G, Lungner P, Benatzky C, et al. Comfort enhancement by an active vibration reduction system for a flexible railway car body [J]. Vehicle System Dynamics, 2007, 45(9): 835.

[8] Pratt I. Active suspension applied to railway trains [D]. Loughborough: Loughborough University, 1996.

[9] 严隽堃. 车辆工程[M]. 2版. 北京: 中国铁道出版社, 1999: 224. YAN Juanmao. Vehicle engineering [M]. 2nd ed. Beijing: China Railway Press, 1999: 224.

[10] Cossalter V, Doria A, Garbin S, et al. Frequency-domain for evaluating the ride comfort of a motorcycle [J]. Vehicle System Dynamics, 2006, 44(4): 339.

[11] 周劲松, 李大光, 沈刚, 等. 运用虚拟激励法分析磁浮车辆的运行平稳性[J]. 交通运输工程学报, 2008, 8(1): 5.

ZHOU Jinsong, LI Daguang, SHEN Gang, et al. Analysis of maglev vehicle ride quality with pseudo-excitation algorithm [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2008, 8(1): 5.

[12] Benaroya H. Mechanical vibration analysis, uncertainties, and control [M]. New York: Marcel Dekker Inc, 2004: 533 - 535.

[13] 王福天, 周劲松, 任利惠. 用于高速车辆动态仿真的轨道谱分析[J]. 铁道学报, 2002, 24(5): 21.

WANG Futian, ZHOU Jinsong, REN Lihui. Analysis on track spectrum density for dynamic simulations of high speed vehicles [J]. Journal of the China Railway Society, 2002, 24(5): 21.

[14] Paddison J E. Advanced control strategies for maglev suspension systems [D]. Loughborough: Loughborough University, 1995.

[15] Zhou J S, Shen G, Zhang H, et al. Application of modal parameters on ride quality improvement of railway vehicles [J]. Vehicle System Dynamics, 2008, 46(1): 629.