

# 无系杆摆线针轮啮合副齿廓修形的设计

焦文瑞<sup>1</sup>, 孔庆华<sup>1</sup>, 宋德朝<sup>1</sup>, 刘金龙<sup>2</sup>

(1. 同济大学 机械工程学院, 上海 201804; 2. 镇江液压件厂有限责任公司技术中心, 江苏 镇江 212005)

**摘要:** 为解决全液压转向器转子转动不灵活的问题, 在分析现有摆线针轮啮合副齿廓修形理论基础上, 建立摆线副修形的相对性概念和间隙分布评价指标, 提出无系杆摆线副修形的主要目标应使初始间隙分布均匀, 选择的修形方式为等距修形. 以 BZZ 全液压转向器中的摆线副基本齿形参数进行实例计算, 与等距加移距修形的初始间隙进行对比, 并通过试验证明. 结果表明, 在无系杆摆线副中, 等距修形方式的初始间隙小, 间隙分布均匀, 转子转动灵活, 并提高了全液压转向器的密封性.

**关键词:** 摆线副; 齿廓修形; 初始间隙; 间隙均匀

**中图分类号:** TH 132.414

**文献标识码:** A

## Design of Teeth Profile Modification on No Tie Bar Cycloidal Pair

JIAO Wenrui<sup>1</sup>, KONG Qinghua<sup>1</sup>, SONG Dechao<sup>1</sup>, LIU Jinlong<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China; 2. Zhenjiang Hydraulic Components Manufacturing Co. Ltd., Zhenjiang 212005, China)

**Abstract:** On the basis of the modification theory, relative modification concept of cycloidal gear pair and the appraisal index of the initial backlash are built to solve the problem that cycloidal gear works unsmoothly in pin wheel of the full-hydrostatic steering control units. The major goal of modification is a uniformity of initial backlash, so equidistance modification that has good effect on improving quality of fluid cycloidal pair is chosen. As an example of  $r_p = 34 \text{ mm}$ ,  $r_{rp} = 11.1 \text{ mm}$ ,  $a = 3.8 \text{ mm}$ , the BZZ full-hydrostatic steering control units cycloidal pair parameter, the initial backlash of equidistance is compared with that of equidistance and the moved distance. The obtained result shows that the initial backlash of modification of equidistance is small and symmetrical in no tie bar cycloidal pair, cycloidal gear is smoothly running in pin wheel, and the sealing performance improves.

**Key words:** cycloid pair; teeth profile modification; initial backlash; backlash uniformity

摆线针轮啮合副(以下简称摆线副)是摆线全液压转向器的核心元件. 由于体积小、扭矩大、单位质量功率大等显著优点而获得广泛的应用. 为了补偿制造误差, 保证合理的侧隙以利于有效装拆, 摆线轮能在针轮中灵活转动及齿廓之间的润滑油膜不被破坏, 实际上摆线副必须修形. 文献[1]提出了摆线副制造误差的设计准则; 文献[2-4]提出, 正等距加负移距摆线齿廓承载能力大, 适用于无特殊回转精度要求的通用传动, 负等距加正移距适用高精度要求的传动. 所得的结论主要是针对于摆线传动. 而在全液压转向器中, 摆线副为无系杆行星轮系. 在工作状态下, 摆线轮靠两个啮合点来确定本身的位置. 因此, 摆线轮在定子中转动是否灵活, 主要取决于摆线副初始间隙分布. 因此, 对这类摆线副齿廓修形的设计, 与传动摆线副修形不同, 间隙分布均匀是主要目标.

## 1 摆线副修形的相对性

标准摆线副的齿形参数用针轮齿数  $z_p$ 、针齿分布圆半径  $r_p$ 、针齿半径  $r_{rp}$ 、偏心距  $a$  表示. 为了满足摆线副工作对径向间隙的要求, 修形可选择定子, 也可选择转子, 这就决定了摆线副修形的相对性. 摆线轮修形齿廓的齿形参数用  $r_{p1}$ ,  $r_{rp1}$  表示, 针轮的修形齿廓的齿形参数用  $r_{p2}$ ,  $r_{rp2}$  表示. 在设计与制造中, 给定基本齿形参数时, 摆线副修形有三种情况: ①针轮是标准的, 对摆线轮修形; ②摆线轮是标准的, 对针轮修形; ③摆线轮和针轮同时修形.

收稿日期: 2008-08-30

基金项目: 江苏省科技成果转化基金资助项目(BA2009115)

作者简介: 焦文瑞(1972—), 男, 工程师, 博士生, 主要研究方向为机械制造及其自动化. E-mail: jiaowr0825@163.com

孔庆华(1946—), 教授, 博士生导师, 主要研究方向为机械制造及其自动化. E-mail: kongqh0202@126.com

可见,对同一对摆线副,究竟是修形摆线轮,还是修形针轮,具有相对的意义.

根据摆线副齿廓修形的相对性概念,引入齿廓绝对修形量的概念:对于摆线轮,有等距、移距、齿高、齿厚、转角五种修形方式;对于针轮,只有等距、移距两种修形方式<sup>[2-5]</sup>.摆线副修形可以选择摆线轮或针轮,或同时选择.对于经常使用的等距和移距修形摆线副,绝对修形量如下:

$$\text{绝对等距修形量} \quad \Delta r_{rp} = \Delta r_{rp1} + \Delta r_{rp2}$$

$$\text{绝对移距修形量} \quad \Delta r_p = \Delta r_{p1} + \Delta r_{p2}$$

相应地,将  $\Delta r_{rp1}$ ,  $\Delta r_{rp2}$ ,  $\Delta r_{p1}$ ,  $\Delta r_{p2}$ , 称为摆线副的相对齿廓修形量.从绝对修形量可得知:对于等距和移距修形,针轮的修形方式可与摆线轮修形方式等价代换.这一特点,在摆线副的制造过程中有积极意义.

## 2 无系杆摆线副初始间隙计算

在摆线式全液压转向器和摆线马达中,摆线副为无系杆行星轮系.由于摆线轮没有轴承或其他任何支撑,在空载状态下因径向间隙的存在而具有3个自由度.在工作状态下,摆线轮靠其啮合点来确定本身的位置,所以,这种摆线副在工作状态下两轮之间理论上只能有2个啮合点接触传力(摆线针轮行星减速器为一个啮合接触点).摆线副啮合点如图1所示,在初始载荷为液压力的作用下,摆线轮相对于针轮的削隙位移为沿  $x$  轴的移动量  $\Delta x$ ,沿  $y$  轴的移动量和绕其自身中心  $O_c$  的转角  $\Delta\beta$ .摆线轮削隙后,在定子内作行星运动,即摆线轮中心  $O_c$  绕定子中心  $O$  以角速度  $\omega_2$  公转,摆线轮本身又以  $O_c$  为中心  $O$  以角速度  $\omega_1$  自转(转动方向见图1).由于液压力在相位角  $\varphi_0 = 0$  方向突变,摆线副在上半周期  $-\pi/7 < \varphi_0 < 0$  时,为  $c_6$  和  $c_7$  两点啮合;在下半周期  $0 < \varphi_0 < \pi/7$  时,为  $c_6$  和  $c_5$  两点啮合;其余各点由于初始间隙存在,均不接触.根据两点接触传力,得到摆线针齿啮合副等距加移距的初始间隙计算式为<sup>[6]</sup>

$$\Delta l = \Delta r_{rp} + [\Delta r_p(1 - k_1 \cos \varphi) - (\Delta x + r'_c \Delta \beta) \sin \varphi - (k_1 - \cos \varphi) \Delta y] \cdot \Phi^{-1}(k_1, \varphi) \quad (1)$$

式中:  $r'_c$  为摆线轮节圆半径;  $k_1$  为短幅系数;  $\varphi$  为相位角;  $\Phi(k_1, \varphi) = \sqrt{1 + k_1^2 - 2k_1 \cos \varphi}$ .

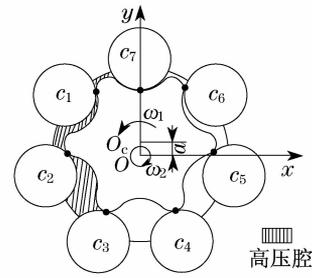


图1 摆线啮合副啮合点图

Fig.1 Meshing point of cycloidal pair

## 3 摆线副间隙均匀齿廓修形设计

首先,引入一个变量  $l$ ——在各种修形方式下,相对于标准齿形,修形后的齿廓在法线方向上的变动量,减少为正,增加为负.由于齿廓修形曲线的对称性,所以,式(1)只讨论  $0 \leq \varphi \leq \pi$  的情况.

(1) 对于等距修形方式,各个位置公法线的进给量在各个位置上都是相同的<sup>[5]</sup>.因此

$$l_1 = \Delta r_{rp} \quad (2)$$

(2) 对于移距修形方式,法向变动量为<sup>[5]</sup>

$$l_2 = \Delta r_p(1 - k_1 \cos \varphi) \Phi^{-1}(k_1, \varphi) \quad (3)$$

上式的最小值发生在  $\varphi = \varphi_0 = \arccos k_1$  处

$$l_{2\min} = \Delta r_p(1 - k_1^2)^{1/2}$$

(3) 对于转角修形量方式,由于齿廓各个部分的转角相同,因此,法线方向的变动量与力臂的大小成正比<sup>[2]</sup>.即

$$l_3 = \Delta \delta a z_c \sin(\varphi) \Phi^{-1}(k_1, \varphi) \quad (4)$$

上式的最大值发生在  $\varphi = \varphi_0 = \arccos k_1$  处

$$l_{3\max} = \Delta \delta a z_c$$

式(2),(3),(4)等号右边修形量为1时,表达式反映了在不同相位角下,对法向变动量的影响程度,称为摆线轮的修形系数,分别用  $k_{c1}$ ,  $k_{c2}$ ,  $k_{c3}$  表示.即  
等距修形系数  $k_{c1} = 1$   
移距修形系数  $k_{c2} = (1 - k_1 \cos \varphi) \Phi^{-1}(k_1, \varphi)$   
转角修形系数  $k_{c3} = a z_c \sin(\varphi) \Phi^{-1}(k_1, \varphi)$

BZZ 摆线副齿廓修形系数随  $\varphi$  的变化规律如图3所示.

从图2可得知,如能选择合适正等距加负移距修形量,可使组合修形后齿廓与转角修形齿廓接近一致,称之为共轭修形,可以增加啮合区间,提高摆线副承载能力;负等距加正移距齿廓法向变动量小,齿廓的中间部分明显隆起,回转角小,可提高回转精度.以上结论,也为理论与实践证明<sup>[2-4]</sup>.在无系杆

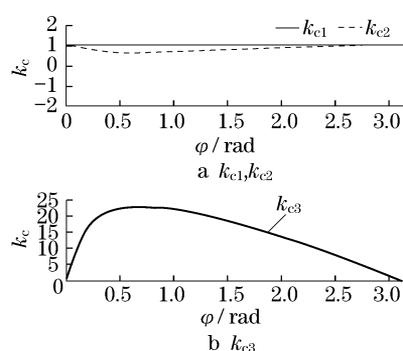


图2 摆线副齿廓修形系数曲线

Fig.2 Coefficient curve of cycloidal pair modification

液压摆线副中,承载能力与回转精度都不是追求的目标,所以,上面的设计不适合这类摆线副.为使摆线轮在针轮中转动灵活,必须将摆线副初始间隙分布均匀为第一设计目标.按照此设计思想,根据式(1),结合图2,可看到等距修形法向变动量变化一致,为一水平

线,数值等于等距修形量.所以,等距修形摆线副在初始载荷作用下,削隙后的初始间隙可能仍然比较均匀.因此,选定修形方式为等距修形.等距修形量确定为共轭修形形成初始间隙的平均值,然后,对两种修形方式形成的初始间隙进行比较.

## 4 计算实例

以BZZ全液压转向器中的摆线副基本齿形参数—— $z_p = 7$ ,  $r_p = 34$  mm,  $r_{rp} = 11.1$  mm,  $a = 3.8$  mm为例,通过优化设计,逼近  $\Delta\delta = 0.0005$  rad 转角修形齿廓,得到共轭最佳修形量为:  $\Delta r_{rp1} = 0.0263$  mm,  $\Delta r_{rp1} = -0.0229$  mm.按照间隙分布均匀设计思路,确定  $\Delta r_{rp} = 0.01$  mm.两种修形方式摆线副  $\varphi_0 = \pm 0$ ,  $\pm \pi/14$ ,  $\pm \pi/7$  等6个瞬时的初始间隙计算结果见表1,2,间隙分布如图3,4所示.

表1 共轭齿廓修形初始间隙分布( $\Delta r_{rp1} = 26.3$   $\mu\text{m}$ ,  $\Delta r_{rp1} = -22.9$   $\mu\text{m}$ )Tab.1 Backlash distribution of conjugate profile modification( $\Delta r_{rp1} = 26.3$   $\mu\text{m}$ ,  $\Delta r_{rp1} = -22.9$   $\mu\text{m}$ )

位移	$\varphi_0/\text{rad}$											
	$-\pi/7$	$-\pi/14$	$-0$	$+0$	$\pi/14$	$\pi/7$						
$(\Delta x + r_c' \Delta\beta)/\mu\text{m}$	11.4	11.1	12.5	12.2	12.0	11.4						
$\Delta y/\mu\text{m}$	0.9	-0.8	3.4	2.0	2.0	0.9						
啮合点	$\varphi/\text{rad}$	$\Delta l/\mu\text{m}$	$\varphi/\text{rad}$	$\Delta l/\mu\text{m}$	$\varphi/\text{rad}$	$\Delta l/\mu\text{m}$	$\varphi/\text{rad}$	$\Delta l/\mu\text{m}$	$\varphi/\text{rad}$	$\Delta l/\mu\text{m}$	$\varphi/\text{rad}$	$\Delta l/\mu\text{m}$
$c_1$	$\pi/7$	36.1	$3\pi/14$	38.1	$2\pi/7$	39.5	$2\pi/7$	14.0	$5\pi/14$	30.5	$3\pi/7$	29.8
$c_2$	$3\pi/7$	29.8	$\pi/2$	16.5	$4\pi/7$	25.3	$4\pi/7$	10.0	$9\pi/14$	18.8	$5\pi/7$	14.8
$c_3$	$5\pi/7$	14.8	$11\pi/14$	7.7	$6\pi/7$	13.3	$6\pi/7$	8.8	$13\pi/14$	7.0	$\pi$	4.3
$c_4$	$\pi$	4.3	$15\pi/14$	1.3	$8\pi/7$	10.0	$8\pi/7$	2.7	$17\pi/14$	1.8	$9\pi/7$	0.3
$c_5$	$9\pi/7$	0.3	$19\pi/14$	1.1	$10\pi/7$	4.8	$10\pi/7$	0	$3\pi/2$	0	$11\pi/7$	0
$c_6$	$11\pi/7$	0	$23\pi/14$	0	$12\pi/7$	0	$12\pi/7$	0	$25\pi/14$	0	$13\pi/7$	0
$c_7$	$13\pi/7$	0	$27\pi/14$	0	$2\pi$	0	0	6.4	$\pi/14$	10.7	$\pi/7$	36.1

表2 匀隙修形齿廓初始间隙分布( $\Delta r_{rp} = 10$   $\mu\text{m}$ )Tab.2 Backlash distribution of backlash uniformity modification( $\Delta r_{rp} = 10$   $\mu\text{m}$ )

位移	$\varphi_0/\text{rad}$											
	$-\pi/7$	$-\pi/14$	$-0$	$+0$	$\pi/14$	$\pi/7$						
$(\Delta x + r_c' \Delta\beta)/\mu\text{m}$	8.8	9.4	10.0	7.5	8.2	8.8						
$\Delta y/\mu\text{m}$	-1.1	1.6	8.2	-4.1	-2.8	-1.1						
啮合点	$\varphi/\text{rad}$	$\Delta l/\mu\text{m}$	$\varphi/\text{rad}$	$\Delta l/\mu\text{m}$	$\varphi/\text{rad}$	$\Delta l/\mu\text{m}$	$\varphi/\text{rad}$	$\Delta l/\mu\text{m}$	$\varphi/\text{rad}$	$\Delta l/\mu\text{m}$	$\varphi/\text{rad}$	$\Delta l/\mu\text{m}$
$c_1$	$\pi/7$	17.0	$3\pi/14$	17.6	$2\pi/7$	18.7	$2\pi/7$	16.8	$5\pi/14$	14.8	$3\pi/7$	15.3
$c_2$	$3\pi/7$	15.3	$\pi/2$	15.9	$4\pi/7$	17.1	$4\pi/7$	16.5	$9\pi/14$	10.8	$5\pi/7$	11.5
$c_3$	$5\pi/7$	11.5	$11\pi/14$	13.2	$6\pi/7$	15.8	$6\pi/7$	14.1	$13\pi/14$	6.4	$\pi$	7.1
$c_4$	$\pi$	7.1	$15\pi/14$	7.2	$8\pi/7$	8.8	$8\pi/7$	7.3	$17\pi/14$	2.5	$9\pi/7$	2.9
$c_5$	$9\pi/7$	2.9	$19\pi/14$	3.9	$10\pi/7$	6.1	$10\pi/7$	0	$3\pi/2$	0	$11\pi/7$	0
$c_6$	$11\pi/7$	0	$23\pi/14$	0	$12\pi/7$	0	$12\pi/7$	0	$25\pi/14$	0	$13\pi/7$	0
$c_7$	$13\pi/7$	0	$27\pi/14$	0	$2\pi$	0	0	8.3	$\pi/14$	10.3	$\pi/7$	17.0

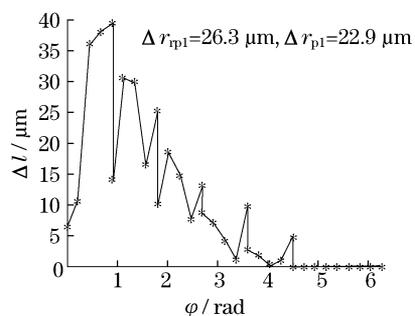


图3 共轭修形齿廓初始间隙分布曲线

Fig.3 Backlash distribution curve of conjugate modification profile

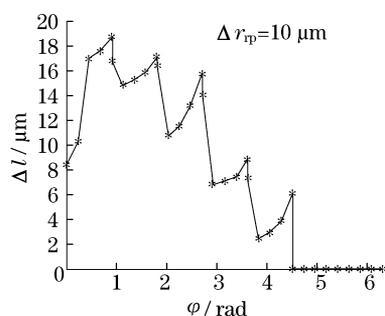


图4 匀隙修形齿廓初始间隙分布曲线

Fig.4 Backlash distribution curve of backlash uniformity modification profiler

从图3,4可知,摆线副齿廓修形量大小及其方式,体现了摆线副啮合的间隙及其分布规律.由于液压力在 $\varphi_0 = 0$ 时方向突变,导致液压无系杆摆线副初始间隙具有脉动变化规律.这是与摆线传动摆线副初始间隙分布不同之处.

为评价摆线副修形后间隙分布情况,引入间隙分布平均值、标准差、间隙平均变化率的概念.计算公式如下:

摆线副初始间隙平均值

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad n = 1, 2, \dots, 42$$

式中, $n$ 为6个瞬时啮合点总数.

标准差

$$\sigma_X = \sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 / (n - 1)}, \quad n = 1, 2, \dots, 42$$

初始间隙的平均变化率

$$\delta = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |\Delta l_{i(\varphi_{-0})} - \Delta l_{i(\varphi_{+0})}| \quad m = 1, 2, \dots, 7$$

其中, $m$ 为摆线副啮合点数.

两种修形方式的初始间隙平均值、标准差、初始间隙平均变化率如表3所示.

表3 间隙评价指标

摆线修形方式	$\bar{X}$	$\sigma_X$	$\delta$
$\Delta r_{rp1} = 26.3$ $\Delta r_{pl} = -22.9$	$\bar{X}_1 = 10.0$	$\sigma_{X_1} = 12.5$	$\delta_1 = 9.1$
$\Delta r_{rp} = 10.0$	$\bar{X}_2 = 7.9$	$\sigma_{X_2} = 6.8$	$\delta_2 = 2.8$

初始间隙平均值 $\bar{X}_1 > \bar{X}_2$ ,说明这种等距修形方式形成的初始间隙平均值略小,即在控制泄漏流量方面优于共轭.结合图3,4曲线变化可知,等距修形齿廓的初始间隙变化缓和,标准差 $\sigma_{X_1} > \sigma_{X_2}$ .表明在一个啮合周期内,等距修形的初始间隙与平均值 $\bar{X}$ 的偏差小,表明初始间隙分布更加均匀;间隙平均变化率 $\delta_1 > \delta_2$ ,可知在液压突变力作用下,初始间隙变化均匀.从分析可得出,转子在定子中转动更加灵活;同时证明,为保证摆线啮合副初始间隙均匀,采用等距修形的设计思想是正确的.

## 5 全液压转向器的试验

将按计算实例确定的修形量,分别对转子进行匀隙修形和共轭修形,采用合作厂制造的BZZ1型排量为 $250 \text{ ml} \cdot \text{r}^{-1}$ 全液压转向器,在全液压转向器型式测试平台测试其性能并对比.测试现场如图5所示,测试项目与结果如表4所示.

试验条件:额定压力16 MPa,测试用油N46,粘度 $41.4 \sim 50.6 \text{ mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ (40 °C时),油温 $(50 \pm 2) \text{ } ^\circ\text{C}$ .



图5 全液压转向器试验现场

Fig.5 Experiment of full-hydrostatic steering control units

从表4可知,经过匀隙修形后,机械阻力矩降低,表明转子转动灵活;压力振摆、内泄漏、压力损失降低、终点扭矩有所提高,表明密封性能提高;动力转向扭矩与转向器的回位弹簧片变形量相关,与转子转动无关,所以数据基本相同.试验结果说明,匀隙设计思想是正确的,等距修形有利于转子的转动

灵活,提高转向器的密封性.

表4 试验结果

Tab.4 Experiment results

修形方式	机械阻力矩/(N·M)		动力转向扭矩*/(N·M)		压力振荡/MPa		终点扭矩/(N·M)		压力损失/MPa			内泄漏/(mL·min <sup>-1</sup> )		
	左	右	左	右	左	右	左	右	P→T	P→A	P→B	P→A与P→B之差	A口	B口
共轭修形	3.9	4.0	3.2	3.2	1.3	1.4	43	41	0.26	0.91	0.88	0.25	73	72
匀隙修形	3.1	3.2	3.3	3.2	1.1	1.0	46	48	0.22	0.72	0.75	0.12	65	63

注:1. P, T, A, B, 为全液压转向器的4个油口, 其中, P口接油泵, T口接油箱, A, B口接转向油缸. 2. \* 背压为6.3 MPa.

## 6 结论

(1) 采用正等距修形方式, 可使摆线副初始间隙分布均匀, 摆线轮在针轮中转动灵活, 同时能提高液压密封性能.

(2) 在实践中, 根据摆线修形的相对性, 即可对转子修形, 也可对定子修形; 可灵活选用, 效果相同.

(3) 建立的间隙评价指标为无系杆摆线副的修形设计提供了理论基础.

### 参考文献:

- [1] Yang D C, Blanche H J G. Design and application guidelines for cycloid drives with machining tolerances[J]. Mechanism and Machine Theory, 1990, 25(5): 487.
- [2] 关天民. FA型摆线针轮行星传动齿形优化方法与相关理论的研究[D]. 大连: 大连交通大学机械工程学院, 2005.  
GUAN Tianmin. Study on tooth profile optimization method and correlative theory of FA cycloid drive [D]. Dalian: Dalian
- [3] 蒙运红, 吴昌林, 程海英. 修正齿形针摆传动初始间隙计算方法[J]. 华中科技大学学报, 2008, 36(2): 9.  
MENG Yunhong, WU Changlin, CHENG Haiying. Calculation method with teeth profile modification for the initial backlashes of pin-cycloid planetary transmission [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2008, 36(2): 9.
- [4] 王秋成. 摆线轮齿形修整的优化[J]. 浙江工学院学报, 1989, 42(1): 7.  
WANG Qiucheng. An optimum modification of the cycloid gear tooth [J]. Journal of Zhejiang Institute of Technology, 1989, 42(1): 7.
- [5] 张兰义, 秦维谦. 摆线针轮啮合副齿形修正的初步探讨[J]. 吉林工业大学学报, 1982(4): 94.  
ZHANG Lanyi, QIN Weiqian. Elementary study of modification on cycloidal gear pair [J]. Journal of Jilin University of Technology, 1982(4): 94.
- [6] 秦维谦, 张兰义. 摆线针轮啮合副初始径向间隙[J]. 吉林工业大学学报, 1983(2): 122.  
QIN Weiqian, ZHANG Lanyi. Initial backlash of cycloidal gear pair [J]. Journal of Jilin University of Technology, 1983(2): 122.

• 下期文章摘要预报 •

### 基于有限元界面模型的路面拼接粘结行为分析

马晓晖, 李立寒

建立新老路面拼接结构的三维有限元模型, 引入界面单元模拟拼接部位界面粘结剂的特征, 根据界面单元内应力及张开位移, 得出拼接粘结界面剂的特性参数与临界粘结强度的关系曲线, 求出在对称荷载作用下拼接结构界面剂的粘结强度临界值. 粘结界面破坏时的最大张开位移越大, 拼接结构中要求的临界粘结强度就越小.