

基于故障树的系统可靠性估计不确定性分析

陶勇剑, 董德存, 任 鹏

(同济大学 交通运输工程学院, 上海 201804)

摘要: 针对系统可靠性优化问题, 提出了系统可靠性估计不确定性的分析方法。通过定性分析, 求出故障树的所有最小割集, 把故障树模型转换成串并联结构模型; 利用串并联系统可靠性估计方差分析方法求得系统可靠性估计方差, 并把系统可靠性估计方差近似分解成组成单元可靠性估计方差的线性组合, 找出对系统可靠性估计不确定性影响大的组成单元。通过鱼雷系统可靠性估计不确定性分析, 证明对系统进行可靠性估计不确定性分析, 有利于改善系统可靠性估计的准确性。

关键词: 故障树; 不确定性; 可靠性估计; 可靠性估计方差; 串并联系统

中图分类号: TB 114.3

文献标识码: A

Uncertainty Analysis of System Reliability Estimate Based on Fault Tree

TAO Yongjian, DONG Decun, REN Peng

(College of Transportation Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract: Uncertainty analysis of system reliability estimate is presented to optimize system reliability estimate. All minimal cut sets were obtained through fault tree qualitative analysis. The fault tree was converted to series parallel system based on minimal cut sets, and the system reliability estimate variance could be approximately represented as a linear combination of the variance estimates of the individual components. Then, some components which have a great effect on the variance associated with the system reliability estimate are discriminated. Finally, efficiency and accuracy of the method was demonstrated through uncertainty analysis of an torpedo system reliability estimate.

Key words: fault tree; uncertainty; reliability estimate; reliability estimate variance; series parallel systems

一直以来, 系统可靠性优化研究集中于可靠性估计最大化问题^[1-4]。假定组成单元可靠性是确定值, 通过可靠性灵敏度分析^[2-4], 提高系统可靠性。然而实际情况中, 组成单元可靠性通常是估计值, 一些缺少失效数据的新产品尤其如此。由于组成单元可靠性是不确定的, 必然会导致整个系统的可靠性估计也具有不确定性, 降低系统可靠性估计的可信性。因此, 系统可靠性优化研究不仅要使系统可靠性估计最大, 而且要使可靠性估计尽可能准确。

为了提高系统可靠性估计的准确性, 必须对系统可靠性估计不确定性进行分析。系统可靠性估计不确定性的大小一般用系统可靠性估计方差来表示。文献[5]提出了一种系统可靠性估计方差的无偏估计方法, 求解精度较高, 但所要求的计算量较大。文献[6-7]基于模块分解方法, 分析系统可靠性估计的不确定性; 但只适用于串并联系统, 不能求解非典型系统可靠性估计的不确定性。

为了分析非串并联系统可靠性估计的不确定性, 笔者提出了一种基于故障树分析的研究方法。其基本思想如下: 采用零压缩二元决策图方法(zero-suppressed binary decision diagram, ZBDD)^[8], 对故障树模型进行定性分析, 得到所有的最小割集(minimal cut set, MCS); 利用所有最小割集构成的等效串并联系统^[9-10]求解系统可靠性估计方差; 把系统可靠性估计方差分解为各组成单元可靠性估计方差的线性组合, 减小对系统可靠性估计方差影响较大的组成单元的可靠性估计方差, 提高系统可靠性估计的准确性。

1 故障树定性分析及模型转换

1.1 基于ZBDD的故障树定性分析

收稿日期: 2008-10-30

基金项目: 国家“八六三”高技术研究发展计划资助项目(2007AA11Z247)

作者简介: 陶勇剑(1975—), 男, 博士生, 主要研究方向为交通系统可靠性及安全. E-mail: tyj75@yahoo.com.cn

董德存(1958—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为交通信息控制及系统安全. E-mail: ddc58@sohu.com

上行法或下行法^[9]是求解最小割集最直接的方法,但不适用于复杂系统;复杂系统可通过二元决策图^[11-12]求解最小割集,但是确定最佳基本事件排序不容易.基于ZBDD的最小割集生成方法^[10]对故障树深度优先、从左至右遍历,把故障树中的逻辑或门(OR门)和逻辑与门(AND门)转换成最小割集逻辑或门(MCS-OR门)和最小割集逻辑与门(MCS-AND门),通过一系列ZBDD集合基本运算,得到MCS-OR门和MCS-AND门的输出,并将其作为上一层门结构的输入,递归执行直至最顶层门结构,最终得到故障树的所有最小割集.ZBDD集合基本运算包括并集、交集、集合差、集合积^[13].

假定 S_1, S_2 是MCS-OR门和MCS-AND门的输入,其相关基本集合运算为 $S_c = S_1 \cap S_2, D_1 = S_1 - S_c, D_2 = S_2 - S_c, U = D_1 \cup D_2, P = D_1 D_2, D_3 = U - P$,则MCS-OR门输出为 $M_{\text{OR}} = S_c \cup D_3$,MCS-AND门输出为 $M_{\text{AND}} = S_c \cup P$.确定了MCS-OR门和MCS-AND门的输出算法,就可以得到故障树的所有最小割集.

1.2 故障树模型转换

假定故障树顶事件用 T 表示,该故障树有 n 个最小割集,最小割集用 S 表示,第 i 个最小割集中包含了 m_i 个系统组成单元,则系统失效概率可表示为

$$P(T) = P\left(\bigcup_{i=1}^n S_i\right) = P\left(\bigcup_{i=1}^n \left(\bigcap_{j=1}^{m_i} \bar{X}_j\right)\right) \quad (1)$$

其中, \bar{X}_j 表示第 j 个组成单元失效.由于故障树顶事件的概率代表着系统的不可靠性,所以,系统可靠性概率 R 可表示为

$$\begin{aligned} R = P(\bar{T}) &= P\left(\overline{\bigcup_{i=1}^n S_i}\right) = P\left(\bigcap_{i=1}^n \left(\bigcap_{j=1}^{m_i} \bar{X}_j\right)\right) = \\ &= P\left(\bigcap_{i=1}^n \left(\bigcup_{j=1}^{m_i} X_j\right)\right) \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)与串并联系统可靠性求解的数学模型相同.在系统可靠性估计不确定性分析时,可以把故障树模型转换成串并联系统模型进行分析,其中,每个最小割集中的组成单元并联连接,所有最小割集串联连接.

2 串并联系统可靠性估计方差分析

串并联系统可靠性估计方差分析是以串联系统和并联系统的可靠性估计方差分析方法为基础的,所以,对串并联系统可靠性估计方差进行分析之前,有必要先分析串联和并联系统的可靠性估计方差.

对系统及其组成单元作如下假设:①组成单元和系统都只有两种状态:工作和失效;②系统各组成单元的可靠性相互独立;③系统失效只归因于组成单元失效;④在试验样本时,组成单元失效数目服从二项分布.

2.1 组成单元可靠性估计

在试验组成单元样本过程中,组成单元正常数目 S_i 是一个服从二项分布 $B(N_i, r_i)$ 的随机变量. N_i 是第*i*个组成单元的试验样本大小; r_i 是第*i*个组成单元的可靠性,是一个未知参数.第*i*个组成单元的可靠性估计 \hat{r}_i 及其方差 $\text{var}(\hat{r}_i)$ 分别为

$$\hat{r}_i = S_i / N_i \quad (3)$$

$$\text{var}(\hat{r}_i) = r_i(1 - r_i)/N_i \quad (4)$$

式中, r_i 未知,用 \hat{r}_i 代替 r_i ,则方差的估计值可表示为

$$\hat{\text{var}}(\hat{r}_i) = \hat{r}_i(-\hat{r}_i)/N_i \quad (5)$$

式(5)所求结果是有偏的,对其修正,得到组成单元可靠性估计方差的无偏估计为

$$\hat{\text{var}}(\hat{r}_i)_{\text{ub}} = \hat{r}_i(1 - \hat{r}_i)/(N_i - 1) \quad (6)$$

2.2 串联系统可靠性估计方差分析

假定 m 个组成单元构成串联系统,用组成单元可靠性估计值 \hat{r}_i 代替未知的 r_i ,则串联系统可靠性估计方差表示为

$$\begin{aligned} \text{var}(\hat{R}_s) &= \text{var}\left(\prod_{i=1}^m \hat{r}_i\right) = \left(E\left(\prod_{i=1}^m S_i^2\right)\right. \\ &\quad \left.- \left(E\left(\prod_{i=1}^m S_i\right)\right)^2\right) / \prod_{i=1}^m N_i^2 = \\ &= \prod_{i=1}^m \left(r_i^2 + \frac{r_i(1 - r_i)}{N_i}\right) - \prod_{i=1}^m r_i^2 \end{aligned} \quad (7)$$

用 \hat{r}_i 和 $\text{var}(\hat{r}_i)$ 分别代替未知的 r_i 和 $\text{var}(r_i)$,则系统可靠性估计方差的估计值为

$$\hat{\text{var}}(\hat{R}_s) = \prod_{i=1}^m ((\hat{r}_i)^2 + \hat{\text{var}}(\hat{r}_i)) - \prod_{i=1}^m (\hat{r}_i)^2 \quad (8)$$

由于 $E[\hat{\text{var}}(\hat{R}_s)] \neq \text{var}(\hat{R}_s)$,故对其进行修正^[7],得到系统可靠性估计方差的无偏估计 $\hat{\text{var}}(\hat{R}_s)_{\text{ub}}$ 为

$$\hat{\text{var}}(\hat{R}_s)_{\text{ub}} = \prod_{i=1}^m (\hat{r}_i)^2 - \prod_{i=1}^m ((\hat{r}_i)^2 - \hat{\text{var}}(\hat{r}_i)) \quad (9)$$

2.3 并联系统可靠性估计方差分析

对于 m 个可靠性未知的组成单元构成的并联

系统,假设第 i 个组成单元的试验样本大小为 N_i . 试验过程中, F_i 个样本失效,则并联系统不可靠性估计 \hat{Q}_p 可表示为

$$\hat{Q}_p = \prod_{i=1}^m \hat{q}_i = \prod_{i=1}^m (F_i/N_i) \quad (10)$$

其中, $\hat{q}_i = F_i/N_i$, 是 q_i 的无偏估计. 并联系统不可靠性估计方差可表示为

$$\text{var}(\hat{Q}_p) = \text{var}(\hat{R}_p) = \prod_{i=1}^m (q_i^2 + \text{var}(\hat{q}_i)) - \prod_{i=1}^m q_i^2 \quad (11)$$

对其修正,得到并联系统可靠性估计方差的无偏估计^[7]为

$$\hat{\text{var}}(\hat{R}_p)_{\text{ub}} = \prod_{i=1}^m (1 - \hat{r}_i)^2 - \prod_{i=1}^m ((1 - \hat{r}_i)^2 - \hat{\text{var}}(\hat{r}_i)) \quad (12)$$

2.4 串并联系统可靠性估计方差分析

在串联系统和并联系统的可靠性估计方差分析方法基础上,串并联系统可靠性估计方差的估计值 $\hat{\text{var}}(\hat{R}_{\text{sp}})_{\text{ub}}$ ^[7] 为

$$\hat{\text{var}}(\hat{R}_{\text{sp}})_{\text{ub}} = \prod_{i=1}^s \left(1 - \prod_{j=1}^{m_i} \hat{q}_{ij} \right)^2 - \prod_{i=1}^s \left(1 - 2 \prod_{j=1}^{m_i} \hat{q}_{ij} + \prod_{j=1}^{m_i} ((\hat{q}_{ij})^2 - \hat{\text{var}}(\hat{r}_{ij})) \right) \quad (13)$$

其中: s 是并联子系统的数目; m_i 是的第 i 个并联子系统中包含的组成单元总数; \hat{q}_{ij} 是第 i 个并联子系统中第 j 个组成单元的不可靠性估计; \hat{r}_{ij} 是第 i 个并联子系统中第 j 个组成单元的可靠性估计.

2.5 系统可靠性估计方差分解

分析系统可靠性估计不确定性的目的,是求出每个组成单元可靠性估计方差对系统可靠性估计方差的影响,减小影响大的组成单元的方差,提高系统可靠性估计的准确性. 所以,必须对系统可靠性估计方差进行分解,使得各个组成单元可靠性估计方差对系统可靠性估计方差的影响容易区分.

系统可靠性估计是不同组成单元可靠性估计的函数,可用 $R(\hat{\mathbf{r}})$ 来表示; 其中, $\hat{\mathbf{r}}$ 是向量 $(\hat{r}_1, \hat{r}_2, \dots, \hat{r}_n)$, n 是系统中不同组成单元的个数. 如果系统可靠性估计是无偏估计,则

$$\text{var}(R(\hat{\mathbf{r}})) = E((R(\hat{\mathbf{r}}) - R(\mathbf{r}))^2) \quad (14)$$

将 $(R(\hat{\mathbf{r}}) - R(\mathbf{r}))^2$ 用泰勒级数展开,可得

$$\begin{aligned} (R(\hat{\mathbf{r}}) - R(\mathbf{r}))^2 &\approx (R(\hat{\mathbf{r}}) - R(\mathbf{r}))^2 \Big|_{\mathbf{r}=\hat{\mathbf{r}}} + \\ &\sum_i \frac{\partial}{\partial r_i} (R(\hat{\mathbf{r}}) - R(\mathbf{r}))^2 \Big|_{\mathbf{r}=\hat{\mathbf{r}}} (r_i - \hat{r}_i) + \\ &\sum_i \frac{\partial^2}{\partial r_i^2} (R(\hat{\mathbf{r}}) - R(\mathbf{r}))^2 \Big|_{\mathbf{r}=\hat{\mathbf{r}}} (r_i - \hat{r}_i)^2 / 2 + \\ &\sum_i \sum_{j:j \neq i} \frac{\partial}{\partial r_i} \frac{\partial}{\partial r_j} (R(\hat{\mathbf{r}}) - R(\mathbf{r}))^2 \Big|_{\mathbf{r}=\hat{\mathbf{r}}} \cdot \\ &(r_i - \hat{r}_i)(r_j - \hat{r}_j) / 2 \end{aligned} \quad (15)$$

如果组成单元可靠性估计无偏且相互独立,则系统可靠性估计方差近似等于^[14-15]

$$\text{var}(R(\hat{\mathbf{r}})) \approx \sum_i \left(\frac{\partial}{\partial r_i} R(\mathbf{r}) \Big|_{\mathbf{r}=\hat{\mathbf{r}}} \right)^2 \text{var}(\hat{r}_i) \quad (16)$$

因为串并联系统及其组成单元可靠性估计皆为无偏且相互独立,并且不同组成单元可靠性估计相互独立,所以,串并联系统可靠性估计方差估计可表示如下:

$$\text{var}(R(\hat{\mathbf{r}})) \approx \hat{\text{var}}(\hat{R}_{\text{sp}})_{\text{ub}} \approx \sum_i \delta_i \cdot \sigma_i^2 \quad (17)$$

其中, $\delta_i = \left(\frac{\partial}{\partial r_i} R(\mathbf{r}) \Big|_{\mathbf{r}=\hat{\mathbf{r}}} \right)^2$, 即系统第 i 个组成单元的可靠性灵敏度的平方; σ_i^2 是第 i 个组成单元可靠性估计的方差,用 $\hat{\text{var}}(\hat{r}_i)_{\text{ub}}$ 来近似. 采用式(17),系统可靠性估计方差无偏估计近似分解为各组成单元可靠性估计方差无偏估计的线性组合.

3 实例分析

为验证系统可靠性估计不确定性分析的有效性,以热动力鱼雷典型动力系统为例进行分析^[16]. 动力系统主要由启动系统、冷却系统、润滑系统、燃料供应系统和主机五个部分组成. 根据鱼雷典型动力系统的结构及各部分的功能特点,对系统及其各组成部分和各影响因素深入了解,建立鱼雷典型动力系统故障树(如图 1 所示),各部件可靠性试验数据如表 1 所示.

对故障树定性分析,求得全部最小割集共 24 个,分别为: $\{X_1, X_2\}, \{X_1, X_3\}, \{X_1, X_4\}, \{X_5\}, \{X_6\}, \{X_7\}, \{X_8\}, \{X_9\}, \{X_{10}\}, \{X_{11}\}, \{X_{12}\}, \{X_{13}\}, \{X_{14}\}, \{X_{15}\}, \{X_{16}\}, \{X_{17}\}, \{X_{18}\}, \{X_{19}\}, \{X_{20}\}, \{X_{21}\}, \{X_{22}\}, \{X_{23}\}, \{X_{24}\}, \{X_{25}\}$. 经过模型转换,得到相应串并联系统模型,如图 2 所示.

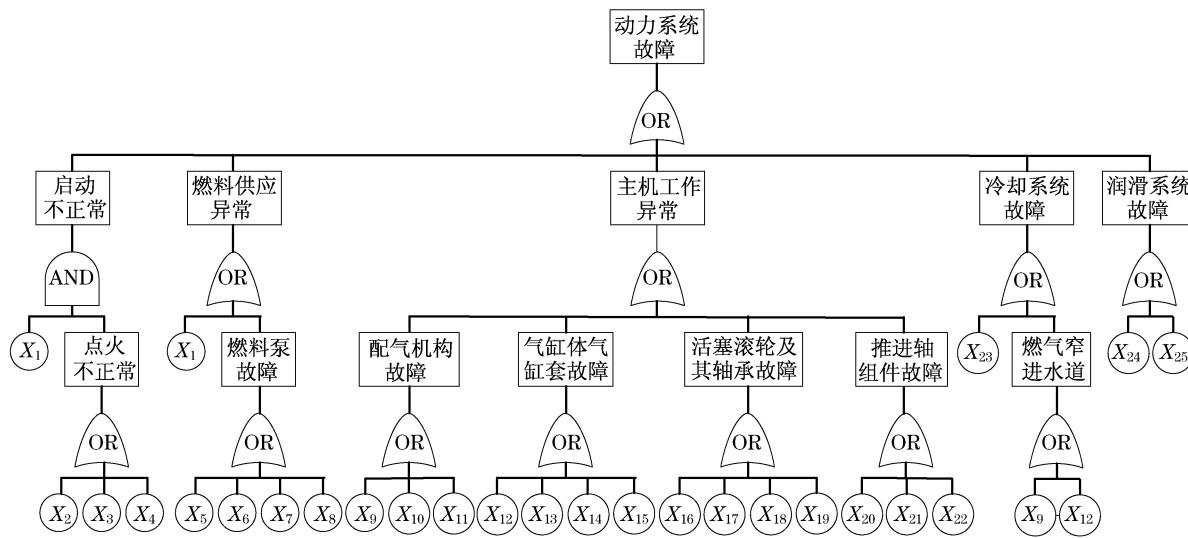


图1 鱼雷典型动力系统故障

Fig.1 Fault tree for torpedo typical dynamic system

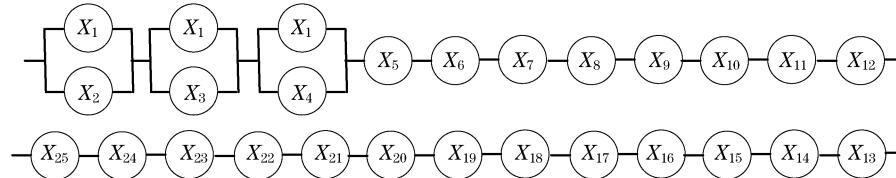


图2 最小割集构成的串并联模型

Fig.2 Series-parallel model consisting of all minimal cut sets

表1 可靠性试验及不确定性分析数据

Tab.1 Data for reliability sample and uncertainty analysis

符号	基本事件	N_i	F_i	\hat{r}_i	\hat{q}_i	$\text{var}(\hat{r}_i)_{\text{ub}}$	$\frac{\partial R}{\partial r_i}$	δ_i	$\delta_i \sigma_i^2$
X_1	互锁阀不工作	130	0	1.000	0	0	0.007 50	0.000 06	0
X_2	点火器故障	130	0	1.000	0	0	0	0	0
X_3	药柱不能点燃	130	1	0.992	0.008	0.000 06	0	0	0
X_4	药柱粘结不牢	130	0	1.000	0	0	0	0	0
X_5	柱塞顶部研烧	130	1	0.992	0.008	0.000 06	0.945 33	0.893 65	0.000 05
X_6	轨道轮研烧	130	0	1.000	0	0	0.937 76	0.879 39	0
X_7	柱塞弹簧断	130	0	1.000	0	0	0.937 76	0.879 39	0
X_8	配流环研烧	130	0	1.000	0	0	0.937 76	0.879 39	0
X_9	气密封不良	130	2	0.985	0.015	0.000 11	0.952 04	0.906 38	0.000 10
X_{10}	阀座损坏	130	0	1.000	0	0	0.937 76	0.879 39	0
X_{11}	阀体损坏	130	1	0.992	0.008	0.000 06	0.945 33	0.893 65	0.000 05
X_{12}	气缸套开裂	130	0	1.000	0	0	0.937 76	0.879 39	0
X_{13}	缸体烧穿	130	1	0.992	0.008	0.000 06	0.945 33	0.893 65	0.000 05
X_{14}	滑动套松动	130	0	1.000	0	0	0.937 76	0.879 39	0
X_{15}	气缸垫烧损	130	0	1.000	0	0	0.937 76	0.879 39	0
X_{16}	活塞镀层起泡	130	0	1.000	0	0	0.937 76	0.879 39	0
X_{17}	活塞环被烧	130	1	0.992	0.008	0.000 06	0.945 33	0.893 65	0.000 05
X_{18}	活塞拉缸	130	0	1.000	0	0	0.937 76	0.879 39	0
X_{19}	滚轮裂或轴故障	130	1	0.992	0.008	0.000 06	0.945 33	0.893 65	0.000 05
X_{20}	凸轮点蚀	130	0	1.000	0	0	0.937 76	0.879 39	0
X_{21}	密封圈座受损	130	0	1.000	0	0	0.937 76	0.879 39	0
X_{22}	安全阀打不开	130	1	0.992	0.008	0.000 06	0.945 33	0.893 65	0.000 05
X_{23}	海水泵故障	130	0	1.000	0.000	0	0.937 76	0.879 39	0
X_{24}	滑油耗尽	130	1	0.992	0.008	0.000 06	0.945 33	0.893 65	0.000 05
X_{25}	漏油	130	0	1.000	0	0	0.937 76	0.879 39	0

由所有最小割集构成的串并联系统中,第 i 个组成单元的可靠性灵敏度 $\frac{\partial R(\mathbf{r})}{\partial r_i}$ 等于 $R(\mathbf{r})|_{r_i=1}$ 与 $R(\mathbf{r})|_{r_i=0}$ 的差值^[10],且 $R(\mathbf{r})|_{r_i=1}$ 与 $R(\mathbf{r})|_{r_i=0}$ 可通过式(1)或式(2)求解;第 i 个组成单元的 $\hat{\text{var}}(\hat{R}_i)_{\text{ub}}$ 可由式(6)求得。所以,图 2 所示串并联系统可靠性估计不确定性分析的各项结果均可求得,详见表 1。

由式(13)可求出系统可靠性估计方差的无偏估计值,即 $\hat{\text{var}}(\hat{R}_{\text{sp}})_{\text{ub}} = 0.00045$ 。对表 1 中数据分析可知, X_9 的可靠性估计不确定性对系统可靠性估计不确定性影响最大, $X_5, X_{11}, X_{13}, X_{17}, X_{19}, X_{22}, X_{24}$ 次之。为了提高系统可靠性估计的准确性,应优先减小对系统可靠性估计不确定性影响大的组成单元的可靠性估计方差,提高系统可靠性估计的准确性。

4 结论

基于故障树的系统可靠性不确定性分析,主要研究如何提高非串并联系统可靠性估计的准确性。通过定性分析,求出故障树的所有最小割集;利用最小割集构成的串并联系统,等效分析系统可靠性估计不确定性。在求得系统可靠性估计方差的基础上,将其分解为各组成单元可靠性估计方差的线性组合,确定各组成单元可靠性估计方差对系统可靠性估计方差的影响。优先改善对系统可靠性估计不确定性影响大的组成单元的可靠性估计不确定性,可以有效提高系统可靠性估计的准确性。

参考文献:

- [1] Kumar S, Chattopadhyay G, Kumar U. Reliability improvement through alternative designs—a case study [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2007, 92(7):983.
- [2] Chonggang X, Gertner G Z. A general first-order global sensitivity analysis method [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2008, 93(7):1060.
- [3] Chonggang X, Gertner G Z. Uncertainty and sensitivity analysis for models with correlated parameters [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2008, 93(10):1563.
- [4] Castillo E, Minguez R, Castillo C. Sensitivity analysis in optimization and reliability problems [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2008, 93(12):1788.
- [5] Ramirez-Marquez J E, Jiang W. On improved confidence bounds for system reliability [J]. IEEE Transaction on Reliability, 2006, 55(1):26.
- [6] JIN Tongdan, Coit D W. Variance of system reliability estimates with arbitrarily repeated components [J]. IEEE Transaction on Reliability, 2001, 50(4):409.
- [7] JIN Tongdan, Coit D W. Unbiased variance estimates for system reliability estimate using block decompositions [J]. IEEE Transaction on Reliability, 2008, 57(3):458.
- [8] TANG Zhihua, Dugan J B. Minimal cut set/sequence generation for dynamic fault trees [C] // Annual Reliability and Maintainability Symposium. Los Angeles: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2004: 207–213.
- [9] 李海泉,李刚.系统可靠性分析与设计[M].北京:科学出版社, 2003.
- [10] CAO Jinhua, CHENG Kan. Mathematic introduction to reliability [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [11] Reay K A, Andrews J D. A fault tree analysis strategy using binary decision diagrams [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2002(78):45.
- [12] Rauzy A. New algorithms for fault tree analysis [J]. Reliability Engineering and System Safety, 1993, 40(3):203.
- [13] Minato S, Arimura H. Efficient method of combinatorial item set analysis based on zero-suppressed BDDs [C] // International Workshop on Challenges in Web Information Retrieval and Integration, Tokyo: IEEE Computer Society, 2005: 4–11.
- [14] Coit D W, JIN Tongdan. Prioritizing system-reliability prediction improvements [J]. IEEE Transaction on Reliability, 2001, 40(1):17.
- [15] Coit D W. System reliability prediction prioritization strategy [C] // Annual Reliability and Maintainability Symposium. Los Angeles: IEEE Reliability Society, 2000: 175–180.
- [16] 宋保维,毛昭勇,王雯琴,等.基于故障树分析的鱼雷可靠性评定方法[J].系统仿真学报,2007,19(10):2180.
- SONG Baowei, MAO Zhao Yong, WANG Wenqin, et al. Reliability evaluation method of torpedo based on FTA [J]. Journal of System Simulation, 2007, 19(10): 2180.