

斜拉索-双阻尼器系统多模态减振理论与试验研究

孙利民^{1,2}, 狄方殿¹, 陈林¹, 许映梅³

(1. 同济大学土木工程学院, 上海 200092; 2. 同济大学土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092;
3. 江苏苏通大桥有限责任公司, 江苏南通 226017)

摘要: 建立拉索-双阻尼器系统精细化分析模型(阻尼器 I 为黏弹性阻尼器(Kelvin-Voigt模型), 阻尼器 II 为高阻尼橡胶(HDR)阻尼器), 并推导了拉索-双阻尼器系统的一般分析公式。以某斜拉桥的拉索为例, 对安装双阻尼器的拉索和仅安装阻尼器 I 的拉索进行长期监测, 结果表明双阻尼器方案能有效抑制仅安装阻尼器 I 拉索的高阶涡振。实索试验结果表明: 仅安装阻尼器 I 和安装双阻尼器时拉索较低阶模态阻尼的测量值与理论分析值基本吻合; 同端安装阻尼器 II 对阻尼器 I 提升拉索低阶模态阻尼的效果有削弱作用, 拉索前几阶模态受到的影响较为明显。此外, 理论分析发现, 阻尼器 I 的刚度对阻尼器 II 提升拉索高阶模态阻尼的效果有提升作用。

关键词: 拉索; 振动控制; 高阻尼橡胶(HDR)阻尼器; 黏弹性阻尼器; 复模态分析; 涡激振动
中图分类号: U441⁺.3 **文献标志码:** A

Theoretical and Experimental Studies on Multimode Vibration Mitigation of Cable with Two Dampers

SUN Limin^{1,2}, DI Fangdian¹, CHEN Lin¹, XU Yingmei³

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Jiangsu Sutong Bridge Co., Ltd., Nantong 226017, China)

Abstract: A refined model of the shallow cable attached with two dampers (cable-two dampers), where one damper (damper I) is a viscoelastic damper and the other one (damper II) is a high damping rubber (HDR) damper, is established. General frequency formulas of the cable-two dampers system are then obtained. Two long cables of an existing cable-stayed bridge are used for experimental study and field monitoring. The long-term vibration monitoring of the cables with two dampers and

with only one viscous-shear damper respectively has shown that the vortex-induced vibrations experienced by the cable only with the viscoelastic damper are successfully mitigated by the additional HDR damper. Besides, field tests on the cable damping before and after the installation of the HDR damper have indicated that the achievable damping ratios for the low-order modes of the cable are consistent with the corresponding theoretical estimates; meanwhile, the existence of the HDR damper somehow decreases the cable damping in low-order modes supplemented by the viscoelastic damper, and the reduction effect is more significant for the first several modes. Moreover, it is theoretically found that the stiffness of the viscoelastic damper helps improve the damping effect of the HDR damper on the high-order modes of the cable.

Key words: cable; vibration control; high damping rubber (HDR) damper; viscoelastic damper; complex modal analysis; vortex-induced vibrations

缆索承重结构是一种非常重要的土木建筑结构, 主要包括斜拉桥结构、悬索桥结构和桅杆结构。拉索承受轴向拉力, 索的截面尺寸、单位长度质量和横向刚度小, 自身阻尼较小, 易发生振动, 并且振动呈现出多模态、多机理的特点^[1]。目前, 拉索振动最常用的控制方法主要有: 对拉索护套表面进行气动措施处理, 包括绕螺旋线和压制凹坑等方式, 主要通过破坏拉索与风雨的耦合机制减振^[2-4]; 拉索在靠近锚固点的位置增设阻尼器, 使索在跨内横向与其连接的结构(如塔、梁)相连, 增加索横向振动时的能量耗散能力, 达到减振抑振的目的^[5-7]; 采用辅助索将相邻的拉索进行连接, 提高索整体刚度和耗能

收稿日期: 2020-11-11

基金项目: 国家自然科学基金(51978506, 51608390)

第一作者: 孙利民(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 主要研究方向为结构振动控制与健康监测。

E-mail: lmsun@tongji.edu.cn

通信作者: 陈林(1986—), 男, 副教授, 工学博士, 主要研究方向为结构振动控制。E-mail: linchen@tongji.edu.cn



论文
拓展
介绍

能力^[8-10]。

拉索减振方案中,综合采用气动措施和索端阻尼器方案的应用最为广泛。阻尼器起主要的耗能作用,对不同机理和模态的振动均有抑制效果^[7]。拉索易发生低阶模态的风雨振动,如前5阶振动或者振动频率为0~3.0 Hz的模态振动,因此安装在索与梁之间的阻尼器需要针对这些模态进行参数优化^[11]。采用的阻尼器一般为黏滞阻尼器、油阻尼器或者黏性剪切阻尼器^[7,12]。相比于长索(如300 m以上),短索的基频相对较大,在外部激励荷载作用下可能出现的振动阶数较少,通常为前5阶以下。因此,在阻尼器的优化设计时通常只考虑少数几阶振动模态,安装单个阻尼器一般可以满足减振要求。对于长索,索基频较低,外部荷载作用下可能激励起的索振动模态较多^[7,13]。为了控制拉索的多阶模态振动,阻尼器需要较大的安装高度。长索安装单个阻尼器已经难以满足减振要求。另外,安装阻尼器的长索仍然存在高阶高频涡激振动的隐患,在实际桥梁中已经观测到此类振动^[14-15]。已安装的阻尼器不能有效控制长索高阶涡振的原因主要有两点:出现的高阶涡激振动振型在阻尼器处刚好为驻点,即涡激振动时该阻尼器位置不振动,阻尼器在索振动中不发生变形就不能起到减振作用;一般采用黏滞阻尼器、黏性剪切阻尼器或者其他阻尼器,这些阻尼器在较低频率下具有较好的耗能作用,在高频涡振下阻尼器的减振性能不足^[16]。

工程实践中,已有在索套管口处安装橡胶填充物的案例,用于防止索大幅振动导致锚固位置出现过大的二次应力,同时起到防尘、防潮和减振的作用^[17];工程中采用梁端阻尼器结合塔端套管口橡胶填充器的方式,如中国香港的昂船洲大桥。米田昌弘等^[18]提出了一种将拉索-双阻尼器系统等效成索-单阻尼器系统的分析方法,得到了考虑内侧减振器对外侧阻尼器影响的拉索模态阻尼。Takano等^[17]以日本的Tsurumi Tsubasa桥为例,将安装在拉索钢套管口处的橡胶填充物简化成弹簧模型,理论分析了内置阻尼器安装对外置阻尼器的影响,并通过实桥拉索试验验证了外置阻尼器和橡胶填充物并用措施对拉索振动控制的有效性。Main等^[19]建立了拉索(张紧弦)-内置环形橡胶(线性弹簧)-外置黏性阻尼器(黏滞阻尼器)系统模型,并得到了拉索系统模态阻尼的近似解析解。Zhou等^[20]建立了拉索-阻尼器(黏滞阻尼器)-弹簧系统模型,分析了近锚固端安装弹簧对阻尼器减振性能的影响。Caracoglia等^[21]

建立了拉索-双阻尼器(黏滞阻尼器)系统模型,分析了双阻尼器的组合减振效果。Hoang等^[22]也开展了类似的研究,同时对拉索异端安装黏滞阻尼器和高阻尼橡胶阻尼器的情况进行了分析。近年来,国内外学者进一步考虑了拉索安装其他类型阻尼器组合^[23-26]。

综上所述,在建模分析中采用了因简化而不够精确的数学模型,并且仅关注2种阻尼器对索某特定阶(通常为索易发生风雨振动的低阶模态)的共同阻尼效果,未考虑双阻尼器对索多阶模态的综合阻尼效果。采用精细化建模分析技术,研究索端2个位置安装阻尼器系统的动力特性。首先,考虑索的垂度建立索-黏弹性阻尼器-高阻尼橡胶(HDR)阻尼器系统的复频率方程;然后,建立系统复频率求解的数值方法,并推导低阶模态频率和阻尼的显式表达式;最后,将提出的方法应用于一根实际拉索和双阻尼器系统的设计,实桥安装了阻尼器,结合监测、阻尼测试和理论分析讨论拉索-双阻尼器系统的阻尼特性和高阶涡振减振效果。

1 斜拉索-双阻尼器系统的复频率特征方程

现有针对拉索-双阻尼系统的研究如表1所示。在现有研究的基础上建立通用的系统精细化分析模型。首先推导拉索-双阻尼器系统的动力方程,然后采用复模态分析方法得到复频率方程,最后提出复频率方程数值求解方法。

1.1 动力方程

一个阻尼器为黏弹性阻尼器(Kelvin-Voigt模型),用于模拟工程中常用的黏滞液体阻尼器和黏性剪切阻尼器等,通常在近索梁端锚固点采用支架安装,记作阻尼器I;另外一个阻尼器为高阻尼橡胶阻尼器,一般安装在拉索套管口,记作阻尼器II。考虑拉索的垂度效应,拉索两端为铰接约束,拉索双阻尼器系统理论模型如图1所示。拉索弦长为 L ,水平张力为 T ,单位长度质量为 m ,弹性模量为 E ,截面面积为 A 。 k_I 为阻尼器I刚度, c_I 为阻尼器I阻尼参数; k_{II} 为阻尼器II刚度, φ 为阻尼器II损耗因子。对于长索,其抗弯刚度和自身阻尼可以忽略不计^[27]。定义如图1所示的坐标系描述拉索的静态线形和动位移。以拉索弦线为 x 轴, $y(x)$ 和 $v(x,t)$ 分别表示拉索在自身重力作用下的静力位移和相对于索静止位置的动位移。

表1 拉索双阻尼器系统研究文献总结

Tab.1 Summary of existing studies on the cable attached with two dampers

研究作者	年份	索模型	阻尼器模型	阻尼器布置	研究手段
米田昌弘等 ^[18]	1995	张紧弦	弹簧+阻尼器/双阻尼器*	同端	理论
Takano等 ^[17]	1997	张紧弦	弹簧+阻尼器/阻尼器+阻尼器*	同端	理论+试验
Main等 ^[19]	2003	张紧弦	弹簧+阻尼器	同端	理论
Caracoglia等 ^[21]	2007	张紧弦	双阻尼器	任意位置	理论
Hoang等 ^[22]	2008	张紧弦	双阻尼器/阻尼器+HDR阻尼器	同端+异端	理论
Cu等 ^[23]	2015	张紧弦	阻尼器+TMD	任意位置	理论
Cu等 ^[24]	2015	张紧弦	HDR阻尼器+HDR阻尼器	任意位置	理论
Sun等 ^[25]	2019	垂索	双阻尼器/双非线性阻尼器	异端	理论/数值模拟
Wang等 ^[26]	2019	张紧弦	双IMD	同端+异端	理论

注:阻尼器符合理想黏滞模型;阻尼器*为黏滞阻尼器(考虑刚度);TMD为调谐质量阻尼器;IMD为惯质阻尼器。

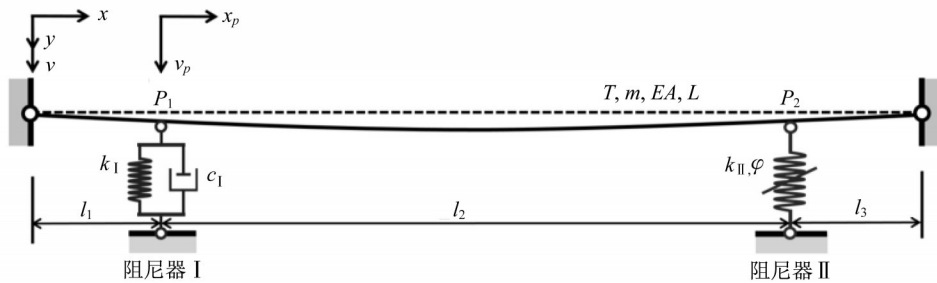


图1 斜拉索-双阻尼器系统模型

Fig.1 Cable-two dampers system model

对于斜拉索,其静止状态形状可以假定为抛物线函数^[28],表达式如下所示:

$$y(x) = 4d \left(1 - \frac{x}{L}\right) \frac{x}{L} \quad (1)$$

式中: d 为拉索跨中的垂度。

拉索被2个阻尼器分为3个索节段。为了推导方便,连接点用 P_j 编号, $j=0,1,2,3$ 。 P_0 和 P_3 分别表示拉索的左、右锚固点,2个阻尼器分别安装在 P_1 和 P_2 连接点。 l_p 为第 p 个拉索单元的长度(P_{j-1} 和 P_j 点间的水平距离)。定义各单元的局部坐标系, $v_p(x_p, t)$ 为第 p 个拉索单元在 t 时刻的竖向动位移,水平 x_p 轴由 P_{j-1} 沿着索弦线指向 P_j 。拉索振动产生一个随时间变化的附加水平张力 $\tau(t)$ 。各拉索单元内自由振动时的运动方程为

$$T \frac{\partial^2 v_p}{\partial x_p^2} + \tau \frac{d^2 y}{dx} = m \frac{\partial^2 v_p}{\partial t^2} \quad (2)$$

方程(2)的解通常具有以下形式:

$$v_p(x_p, t) = \tilde{v}_p(x_p) e^{i\omega t}, \tau(t) = \bar{\tau} e^{i\omega t} \quad (3)$$

式中: ω 为复频率; \tilde{v}_p 为振型函数; $\bar{\tau}$ 为拉索附加水平张力幅值。将方程(3)代入方程(2),可以得到

$$\frac{d^2 \tilde{v}_p}{dx_p^2} + \beta^2 \tilde{v}_p = \frac{8d}{L^2} \frac{\bar{\tau}}{T} \quad (4)$$

式中: β 为复波数, $\beta = \omega \sqrt{m/T}$ 。

振动中拉索在附加水平张力作用下发生弹性变形,满足如下的关系:

$$\frac{\bar{\tau} L_c}{EA} = \frac{mg}{T} \sum_{p=1}^3 \int_0^{l_p} \tilde{v}_p(x_p) dx_p \quad (5)$$

式中: $L_c = \int_0^L (ds/dx)^3 dx \approx (1 + 8(d/L)^2)L$ 。

各拉索单元左右端的竖向自由振动位移分别用 $v_{p-1}(t)$ 和 $v_p(t)$ 表示,可以写成 $v_{p-1}(t) = \tilde{v}_{p-1} e^{i\omega t}$ 和 $v_p(t) = \tilde{v}_p e^{i\omega t}$ 的形式。 $\tilde{v}_p(x_p)$ 可以由下式得出:

$$\begin{aligned} \tilde{v}_p(x_p) = & \tilde{v}_{p-1} (\cos(\beta x_p) - \cot(\beta l_p) \sin(\beta x_p)) + \\ & \tilde{v}_p \frac{\sin(\beta x_p)}{\sin(\beta l_p)} + \frac{8d}{(\beta L)^2} \frac{\bar{\tau}}{T} \left(1 - \cos(\beta x_p) - \right. \\ & \left. \tan \frac{\beta l_p}{2} \sin(\beta x_p) \right) \end{aligned} \quad (6)$$

将式(6)代入式(5),方程两边乘以 $(\beta L)^3$ 后可以得到以下计算式:

$$\begin{aligned} & \frac{8d\bar{\tau}}{T} \left(\beta L - \frac{(\beta L)^3}{\lambda^2} \right) + \\ & \sum_{p=1}^3 \left((\beta L)^2 \tan \frac{\beta l_p}{2} \left(\tilde{v}_{p-1} + \tilde{v}_p - \frac{16d}{(\beta L)^2} \frac{\bar{\tau}}{T} \right) \right) = 0 \quad (7) \\ & \lambda^2 = \left(\frac{mgL \cos \theta}{T} \right)^2 \frac{EAL}{TL_c} \end{aligned}$$

式中: λ^2 为Irvine参数^[28]; θ 为斜拉索的倾角。根据拉

索附加阻尼器位置处的内力平衡,可以得到

$$T \left(\frac{d\tilde{v}_{p+1}}{dx_{p+1}} \Big|_{x_{p+1}=0} - \frac{d\tilde{v}_p}{dx_p} \Big|_{x_p=l_p} \right) = \frac{\tilde{v}_{p-1} T \beta}{\sin(\beta l_p)} - \tilde{v}_p T \beta (\cot(\beta l_p) + \cot(\beta l_{p+1})) + \frac{\tilde{v}_{p+1} T \beta}{\sin(\beta l_{p+1})} - \frac{8d}{(\beta L)^2} \frac{\tilde{\tau}}{T} T \beta \left(\tan \frac{\beta l_p}{2} + \tan \frac{\beta l_{p+1}}{2} \right) = \tilde{f}_p, p=1, 2 \quad (8)$$

$$S = \begin{bmatrix} (\beta L)^2 \left(\tan \frac{\beta l_1}{2} + \tan \frac{\beta l_2}{2} \right) & (\beta L)^2 \left(\tan \frac{\beta l_2}{2} + \tan \frac{\beta l_3}{2} \right) & 2 \left(\frac{\beta L}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \left(\frac{\beta L}{2} \right)^3 - \sum_{p=1}^3 \tan \frac{\beta l_p}{2} \right) \\ -(\cot(\beta l_1) + \cot(\beta l_2)) - \frac{k_I + i\omega c_I}{\omega \sqrt{mT}} & \frac{1}{\sin(\beta l_2)} & - \left(\tan \frac{\beta l_1}{2} + \tan \frac{\beta l_2}{2} \right) (\beta L)^{-2} \\ \frac{1}{\sin(\beta l_2)} & -(\cot(\beta l_2) + \cot(\beta l_3)) - \frac{k_{II}(1+i\varphi)}{\omega \sqrt{mT}} & - \left(\tan \frac{\beta l_2}{2} + \tan \frac{\beta l_3}{2} \right) (\beta L)^{-2} \end{bmatrix}$$

拉索-高阻尼橡胶阻尼器-黏弹性阻尼器系统的复频率特征方程由式(9)系数矩阵S的行列式等于0确定。

1.2 频率方程

定义量纲一参数,如下所示:

$$\bar{\omega}_n = \frac{\beta_n L}{\pi}, \bar{k}_I = \frac{k_I L}{T}, \bar{c}_I = \frac{c_I}{\sqrt{mT}}, \bar{k}_{II} = \frac{k_{II} L}{T}, \bar{l}_1 = \frac{l_1}{L}, \bar{l}_2 = \frac{l_2}{L}, \bar{l}_3 = \frac{l_3}{L}$$

式中: β_n 为拉索第 n 阶模态复波数; $\bar{\omega}_n$ 为拉索第 n 阶模态的量纲一频率; \bar{k}_I 和 \bar{c}_I 分别为阻尼器I的量纲一刚度和阻尼; \bar{k}_{II} 为阻尼器II的量纲一刚度; \bar{l}_1 、 \bar{l}_2 和 \bar{l}_3 为对应的索段长度,满足 $\bar{l}_1 + \bar{l}_2 + \bar{l}_3 = 1$ 的关系。频率方程可以写成

$$\Theta + 2\chi_I \Xi_I + 2\chi_{II} \Xi_{II} + 4\chi_I \chi_{II} \Lambda = 0 \quad (10)$$

$$\chi_I = \frac{\bar{k}_I}{\pi \bar{\omega}_n} + i \bar{c}_I$$

$$\chi_{II} = \frac{\bar{k}_{II}(1+i\varphi)}{\pi \bar{\omega}_n}$$

$$\Theta = \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} \right)$$

$$\Xi_I = \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n (1 - \bar{l}_1)}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_1}{2} \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n (1 - \bar{l}_1)}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_1}{2} \right)$$

$$\Xi_{II} = \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_3}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n (1 - \bar{l}_3)}{2} \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_3}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n (1 - \bar{l}_3)}{2} \right)$$

式中: \tilde{f}_p 为阻尼力与索振动位移之间的关系。如前文所述,阻尼器I为黏弹性阻尼器,阻尼器II为高阻尼橡胶阻尼器。因此,对阻尼器I有 $\tilde{f}_I = (k_I + i\omega c_I) \tilde{v}_I$ ^[7],对阻尼器II有 $\tilde{f}_II = k_{II}(1+i\varphi) \tilde{v}_II$ ^[13]。

将式(7)和式(8)写成矩阵形式,如下所示:

$$S\Phi = 0 \quad (9)$$

$$\Phi = [\tilde{v}_1 \quad \tilde{v}_2 \quad 8d\tilde{\tau}T^{-1}]^T$$

$$\Lambda = \prod_{p=1}^3 \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_p}{2} \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} + \prod_{p=1}^3 \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_p) - \Omega \prod_{p=1}^3 \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_p}{2} \right)$$

$$\Omega = \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \left(\frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} \right)^3$$

上述关于索复频率的超越方程可以采用常用的数值方法如牛顿法求解,将无阻尼器安装时的解 $\bar{\omega}_{n0}$ 作为初值进行迭代直到达到设定精度。求解得到复数频率 $\bar{\omega}_n$ 后,阻尼按下式得到:

$$\xi_n = \frac{\text{Im}(\bar{\omega}_n)}{|\bar{\omega}_n|} \quad (11)$$

式中:Im()表示求复数的虚部;| |表示取复数的模。

为方便分析双阻尼器异端安装与同端安装2种情况,将阻尼器I与相近拉索锚固点之间的距离统一定义为 l_I ,将阻尼器II与相近拉索锚固点之间的距离记为 l_{II} ,如图2所示。对于双阻尼器异端安装的情况(见图2a), $l_I = l_1, l_{II} = l_3$ 。对于双阻尼器同端安装的情况(见图2b), $l_I = l_2 + l_3, l_{II} = l_3$ 。2个阻尼器之间的距离记作 \bar{l}_* 。当2个阻尼器异端安装时, $\bar{l}_* = 1 - \bar{l}_I - \bar{l}_{II}$;当2个阻尼器同端安装时, $\bar{l}_* = \bar{l}_I - \bar{l}_{II}$ 。

1.3 数值求解方法

1.3.1 异端安装

为了方便求解,文献[13]中对式(10)进行变换,可以得到如下不动点迭代求解表达式:

$$\tan \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} = \frac{A_1}{A_2}, n=2, 4, 6, \dots \quad (12)$$

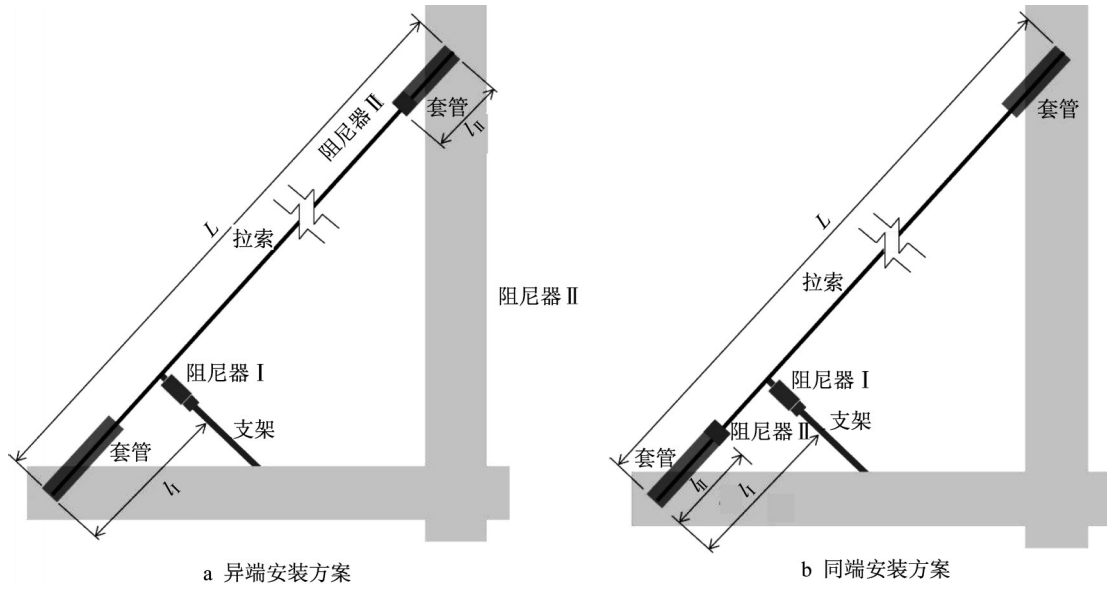


图2 斜拉索-双阻尼器系统布置方案

Fig.2 Layout scheme of cable-two dampers system

$$\begin{aligned}
 A_1 = & 2\chi_I \sin^2 \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n (1 - \bar{l}_I)}{2} \right) + \\
 & 2\chi_{II} \sin^2 \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n (1 - \bar{l}_{II})}{2} \right) + \\
 & 4\chi_I \chi_{II} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n (\bar{l}_I + \bar{l}_{II})}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} + \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I) \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}) - \right. \\
 & \left. \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*}{2} \right) \\
 A_2 = & \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} + \chi_I \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I) \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n (1 - \bar{l}_I)}{2} \right) + \\
 & \chi_{II} \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}) \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n (1 - \bar{l}_{II})}{2} \right) + \\
 & 4\chi_I \chi_{II} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n (\bar{l}_I + \bar{l}_{II})}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} + \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I) \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}) - \right. \\
 & \left. \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*}{2} \right) \\
 \tan \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} = & \Omega \left(1 + \frac{B_1}{B_2} \right), n = 1, 3, 5, \dots \tag{13}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_1 = & -2\chi_I \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n (1 - \bar{l}_I)}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n (1 - \bar{l}_I)}{2} \cos^{-1} \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} \right) - \\
 & 2\chi_{II} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n (1 - \bar{l}_{II})}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n (1 - \bar{l}_{II})}{2} \cos^{-1} \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} \right) - \\
 & 4\chi_I \chi_{II} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*}{2} \left(1 + \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I) \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}) \sin^{-1} \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \right. \\
 & \left. \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*}{2} \sin^{-1} \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} \right)
 \end{aligned}$$

$$B_2 = \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} + 2\chi_I \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} + 2\chi_{II} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_{II})}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} +$$

$$4\chi_I \chi_{II} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \left(1 + \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I) \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*) \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}) \sin^{-1} \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \right.$$

$$\left. \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \sin^{-1} \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} \right)$$

1.3.2 同端安装

成相应的不动点迭代求解表达式^[13],如下所示:

对于拉索同端安装双阻尼器的情况,即高阻尼橡胶阻尼器在内侧,黏弹性阻尼器在外侧,式(10)写

$$\tan \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} = \frac{A_3}{A_4}, n=2, 4, 6, \dots \quad (14)$$

$$A_3 = 2\chi_I \sin^2 \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \right) +$$

$$2\chi_{II} \sin^2 \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_{II})}{2} \right) +$$

$$4\chi_I \chi_{II} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_*)}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} + \right.$$

$$\left. \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}) \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*) \sin(\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)) - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} \right)$$

$$A_4 = \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} + \chi_I \sin(\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)) \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \right) +$$

$$\chi_{II} \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}) \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_{II})}{2} \right) +$$

$$4\chi_I \chi_{II} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_*)}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \left(\sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} + \right.$$

$$\left. \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}) \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*) \sin(\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)) - \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} \right)$$

$$\tan \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} = \Omega \left(1 + \frac{B_3}{B_4} \right), n=1, 3, 5, \dots \quad (15)$$

$$B_3 = -2\chi_I \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} \cos^{-1} \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} \right) -$$

$$2\chi_{II} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_{II})}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_{II})}{2} \cos^{-1} \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} \right) -$$

$$4\chi_I \chi_{II} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} \left(1 + \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}) \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*) \sin(\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)) \sin^{-1} \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \right.$$

$$\left. \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} \sin^{-1} \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} \right)$$

$$B_4 = \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} + 2\chi_I \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_I}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} + 2\chi_{II} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_{II})}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} +$$

$$4\chi_I \chi_{II} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*}{2} \sin \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} \left(1 + \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}) \sin(\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*) \sin(\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)) \sin^{-1} \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} - \right.$$

$$\left. \Omega \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_{II}}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n \bar{l}_*}{2} \cos \frac{\pi \bar{\omega}_n(1-\bar{l}_I)}{2} \sin^{-1} \frac{\pi \bar{\omega}_n}{2} \right)$$

2 斜拉索-双阻尼器系统模态阻尼近似公式

基于系统的频率方程,考虑2个阻尼器安装位置均靠近索锚固点,进而推导系统阻尼计算的显式表达式,详细的推导过程可参考文献[13]。

2.1 阻尼器异端安装

如图2a所示,2个阻尼器分别安装在索两端时,距离锚固点较远的阻尼器I选用黏滞阻尼器或者黏弹性阻尼器。理想状态下,黏弹性阻尼器两端之间的力与其相对位移成线性关系。 k_I 和 c_I 具有频率和变形幅值依存性^[7],实际设计中优先地采用试验方法确定阻尼器在设计频段内的刚度和阻尼特性。2个阻尼器分别安装在索两端时,现有研究表明其共同阻尼效果可近似为两者单独安装时阻尼效果的线性叠加。将2个阻尼器单独安装时索的第 n 阶附加阻尼分别记作 $\xi_{I,n}$ 和 $\xi_{II,n}$ 。采用文献[29]中的近似方法,阻尼器I提供的阻尼按下式近似计算:

$$\xi_{I,n} = \bar{l}_I \frac{\bar{c}_I \pi \bar{\omega}_{n0} \bar{l}_I}{(1 + \bar{k}_I \bar{l}_I)^2 + (\bar{c}_I \pi \bar{\omega}_{n0} \bar{l}_I)^2}, n = 2, 4, 6, \dots \quad (16)$$

考虑垂度时,阻尼器I对索奇数阶的模式阻尼

$$\xi_{I,n} = R_{I,\text{sag}} \bar{l}_I \frac{\bar{c}_I \pi \bar{\omega}_{n0} \bar{l}_I}{(1 + \bar{k}_I \bar{l}_I)^2 + (\bar{c}_I \pi \bar{\omega}_{n0} \bar{l}_I)^2}, n = 1, 3, 5, \dots \quad (17)$$

$$R_{I,\text{sag}} = \frac{\left(\tan \frac{\pi \bar{\omega}_{n0}}{2} - \frac{\pi \bar{\omega}_{n0}}{2} \bar{l}_I \right)^2}{\tan^2 \frac{\pi \bar{\omega}_{n0}}{2} + \frac{12}{\lambda^2} \left(\frac{\pi \bar{\omega}_{n0}}{2} \right)^2}$$

考虑高阻尼橡胶阻尼器的刚度和损耗因子为定值,理论上索各偶数阶振动的附加阻尼

$$\xi_{II,n} = \bar{l}_{II} \frac{\varphi \bar{k}_{II} \bar{l}_{II}}{(1 + \bar{k}_{II} \bar{l}_{II})^2 + (\varphi \bar{k}_{II} \bar{l}_{II})^2}, n = 2, 4, 6, \dots \quad (18)$$

索各奇数阶模式的附加阻尼按下式近似计算:

$$\xi_{II,n} = R_{II,\text{sag}} \bar{l}_{II} \frac{\varphi \bar{k}_{II} \bar{l}_{II}}{(1 + \bar{k}_{II} \bar{l}_{II})^2 + (\varphi \bar{k}_{II} \bar{l}_{II})^2}, n = 1, 3, 5, \dots \quad (19)$$

$$R_{II,\text{sag}} = \frac{\left(\tan \frac{\pi \bar{\omega}_{n0}}{2} - \frac{\pi \bar{\omega}_{n0}}{2} \bar{l}_{II} \right)^2}{\tan^2 \frac{\pi \bar{\omega}_{n0}}{2} + \frac{12}{\lambda^2} \left(\frac{\pi \bar{\omega}_{n0}}{2} \right)^2}$$

高阻尼橡胶阻尼器主要针对索的高阶振动,索垂度主要影响索的一阶附加阻尼。2个阻尼器异端安装,组合阻尼效果为各阻尼器贡献的叠加,计算式如下所示:

$$\xi_n = \xi_{I,n} + \xi_{II,n} \quad (20)$$

2.2 阻尼器同端安装

阻尼器I和II同端安装时(见图2b),一般均安装在索梁端锚固点附近。2个阻尼器对索偶数阶振动的综合阻尼效果按下式计算:

$$\xi_n = \frac{\bar{l}_I C_1}{C_1^2 + C_2^2} \left(\bar{c}_I + \frac{\bar{l}_{II}}{\bar{l}_I} \varphi \bar{k}_{II} + \left(1 - \frac{\bar{l}_{II}}{\bar{l}_I} \right) (\varphi \bar{k}_I \bar{k}_{II} + \bar{c}_I \bar{k}_{II}) \right) - \frac{\bar{l}_I C_2}{C_1^2 + C_2^2} \left(\bar{k}_I + \frac{\bar{l}_{II}}{\bar{l}_I} \bar{k}_{II} + \left(1 - \frac{\bar{l}_{II}}{\bar{l}_I} \right) (\bar{k}_I \bar{k}_{II} - \bar{c}_I \varphi \bar{k}_{II}) \right), n = 2, 4, 6, \dots \quad (21)$$

$$C_1 = 1 + \bar{k}_I + \bar{k}_{II} + \left(1 - \frac{\bar{l}_{II}}{\bar{l}_I} \right) (\bar{k}_I \bar{k}_{II} - \bar{c}_I \varphi \bar{k}_{II})$$

$$C_2 = \bar{c}_I + \varphi \bar{k}_{II} + \left(1 - \frac{\bar{l}_{II}}{\bar{l}_I} \right) (\varphi \bar{k}_I \bar{k}_{II} + \bar{c}_I \bar{k}_{II})$$

$$\bar{k}_{II} = \bar{k}_{II} \bar{l}_{II}, \bar{k}_I = \bar{k}_I \bar{l}_I, \bar{c}_I = \bar{c}_I \pi \bar{\omega}_{n0} \bar{l}_I$$

考虑垂度效应时,2个阻尼器对索奇数阶振动的附加阻尼

$$\xi_n = \frac{\bar{l}_I C_1}{C_1^2 + C_2^2} \left(\bar{c}_I R_{I,\text{sag}} + \frac{\bar{l}_{II}}{\bar{l}_I} \varphi \bar{k}_{II} R_{II,\text{sag}} + \left(1 - \frac{\bar{l}_{II}}{\bar{l}_I} \right) (\varphi \bar{k}_I \bar{k}_{II} + \bar{c}_I \bar{k}_{II}) R_{I,\text{sag}} \right) - \frac{\bar{l}_I C_2}{C_1^2 + C_2^2} \left(\bar{k}_I R_{I,\text{sag}} + \frac{\bar{l}_{II}}{\bar{l}_I} \bar{k}_{II} R_{II,\text{sag}} + \left(1 - \frac{\bar{l}_{II}}{\bar{l}_I} \right) (\bar{k}_I \bar{k}_{II} - \bar{c}_I \varphi \bar{k}_{II}) R_{I,\text{sag}} \right), n = 1, 3, 5, \dots \quad (22)$$

可见,阻尼器同端安装时,两者的减振效果存在互相影响,不再是各自效果的简单叠加。

3 斜拉索-双阻尼器系统减振试验研究

对于某大跨斜拉桥的拉索, $L=546.9\text{ m}$, $m=91.3\text{ kg}\cdot\text{m}^{-1}$, $T=6\ 240.5\text{ kN}$,索的直径 $D=152\text{ mm}$,拉索垂度参数 $\lambda^2=1.9$ 。根据垂度求解频率方程,得到 $\bar{\omega}_{10}=1.078$ 。索的振动频率

$$f_1 = \bar{\omega}_{10} \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}} = 0.26\text{ Hz}$$

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}} \approx 0.24n \text{ Hz}, n=2, 3, 4, \dots$$

索在梁端附近安装了阻尼器 I, 安装位置 $l_I = 12.08 \text{ m}$, 采用的是黏弹性阻尼器。幅值为 10 mm 、频率分别为 $0.24, 0.48, 1.20, 1.92, 3.12 \text{ Hz}$ 的周期性强迫位移下, 阻尼器的刚度系数和阻尼系数及对应的量纲一阻尼系数如表 2 所示, 测试频率分别对应索振动的第 1、2、5、8 和 13 阶模态。阻尼器 I 的量纲一安装位置 $\bar{l}_I = 0.022$ 。阻尼器 II 采用高阻尼橡胶阻尼器, 安装在阻尼器 I 同端的索套管内, 安装位置 $l_{II} = 4.592 \text{ m}$, 损耗因子 $\varphi = 0.32$, 刚度 $k_{II} = 1\,439.62 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-1}$ 。对应的量纲一安装位置和刚度系数分别为

$$\begin{aligned} \bar{l}_{II} &= 0.0083 \\ \bar{k}_{II} &= 126.16 \end{aligned}$$

表 2 阻尼器 I 的实测刚度系数和阻尼系数

Tab.2 Measured stiffness coefficient and damping coefficient of damper I

频率/ Hz	模态 阶次	刚度系数/ ($\text{kN}\cdot\text{m}^{-1}$)	量纲一 刚度系数	阻尼系数/ ($\text{kN}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$)	量纲一 阻尼系数
0.24	1	304	26.6	244	10.22
0.48	2	431	37.8	163	6.83
1.20	5	684	59.9	91	3.81
1.92	8	856	75.0	66	2.76
3.12	13	1 092	95.6	48	2.01

采用上述参数计算得到的仅安装阻尼器 I 和安装双阻尼器的阻尼效果如表 3 所示。安装阻尼器 II 后, 阻尼器 I 的低阶减振效果有所降低, 前几阶阻尼降低更为明显。为了满足抑制风雨振的要求, 需要索的阻尼满足 Scruton 数 (Sc) 大于 10 的要求^[30]。 Sc 按下式计算:

$$Sc = \frac{m\delta}{2\pi\rho D^2}$$

式中: δ 为索振动的对数衰减率; ρ 为空气密度, $\rho = 1.225 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ 。满足 $Sc > 10$ 时 $\delta = 0.019$ 。由表 3 可知, 阻尼器 II 安装前后, 索低阶模态阻尼均满足要求^[30]。

对于高阶涡振, 关注阻尼器 I 位于振动驻点附近而失效的模态, 对应的模态阶数

$$n = \text{int}\left(\frac{L}{l_I}\right) = 45$$

式中: $\text{int}(\)$ 表示取整数。因此, 索第 43 阶到 47 阶模态振动对应频率在 $10\sim 12 \text{ Hz}$ 附近。不考虑阻尼器 I 的作用, 拉索的模态阻尼比如表 4 所示。高阻尼橡胶阻尼器的安装位置离索端点很近, 而且高阻尼

表 3 仅安装阻尼器 I 和安装双阻尼器时索低阶模态的阻尼比 (3 Hz 以内)

Tab.3 Damping ratios of the cable with damper I and with two dampers in low-order modes (within 3 Hz)

模态 阶次	阻尼器 I		阻尼器 I + 阻尼器 II	
	阻尼比/%	对数衰减率	阻尼比/%	对数衰减率
1	0.43	0.027	0.36	0.023
2	0.49	0.031	0.42	0.026
5	0.41	0.026	0.37	0.023
8	0.36	0.023	0.32	0.020
13	0.35	0.022	0.31	0.019

橡胶阻尼器的耗能效果低于黏滞阻尼器, 因此索的附加阻尼值较小。从表 2 可见, 随着振动频率的提高, 黏弹性阻尼器的刚度系数变大、阻尼系数变小, 两者与频率近似成指数函数关系^[31]。因此, 振动频率在 10 Hz 附近时, 根据表 2 的数据采用指数函数进行外插值, 近似得到

$$\bar{k}_I \approx 150, \bar{c}_I \approx 0$$

表 4 拉索高阶模态的阻尼效果

Tab.4 Damping effect of the cable in high-order modes

模态 阶次	模态频 率/Hz	阻尼器 II		考虑阻尼器 I 的影响	
		阻尼比/%	对数衰减率	阻尼比/%	对数衰减率
43	10.32	0.073	0.004 6	0.180	0.011 3
44	10.56	0.073	0.004 6	0.194	0.012 2
45	10.80	0.073	0.004 6	0.198	0.012 4
46	11.04	0.074	0.004 6	0.191	0.012 0
47	11.28	0.074	0.004 7	0.176	0.011 1

考虑阻尼器 I 的刚度效应, 采用式 (14) 和式 (15) 理论分析同时安装 2 个阻尼器后索高阶振动模态的阻尼, 如表 4 所示。可见, 考虑黏弹性阻尼器 I 的作用时, 阻尼器 II 对高阶的阻尼效果有较大提升。原因在于, 阻尼器 I 的刚度效应改变了索第 45 阶附近模态的振型, 模态振型驻点被限制在阻尼器 I 的位置处, 阻尼器 II 位置的相对振幅有所提高进而耗能效果得到提升, 即表现为索阻尼比的提升。由表 4 可知, 索第 43 到 47 阶模态的对数衰减率达到 $0.011 1$ 以上, 满足抑制索涡振对数衰减率需大于 $0.010\sim 0.015$ 的要求^[32]。

上述理论分析表明, 采用双阻尼器方案能满足索的低阶风雨振和高阶涡振控制要求。在实际拉索上安装 2 种阻尼器, 如图 3 所示。仅安装阻尼器 I 和安装双阻尼器后, 对低阶振动的阻尼采用自由衰减方法进行试验测量。根据目标索模态振动频率对拉索进行单阶振动激励, 当拉索振幅达到一定值后让其自由衰减, 通过安装在拉索上的加速度传感器记

录索振动时程数据。由衰减时段的加速度时程数据计算拉索对应工况下的模态阻尼。具体试验方法参考相关文献[7,33],结果如图4所示。理论结果由式(14)和式(15)数值求解得到。为了与实测结果进行对比,理论结果中叠加了不安装任何阻尼器时对应模态的阻尼比^[7]。由图4可见,试验结果与理论结果基本吻合。阻尼器II导致阻尼效果有一定程度的降低,但降低后仍满足要求。对于拉索的高阶涡振,振动频率较高,难以采用自由衰减方式获得索涡振阶模态的阻尼。为此,对安装了2种阻尼器的索的振动进行监测,并与一根长度相同但未安装阻尼器II的索进行对比。分别在2根拉索距离桥面约10 m的位置处安装加速度传感器,并进行长期振动监测。仅安装阻尼器I的索出现了明显的涡振,而采用双阻尼器减振的拉索没有出现明显的涡振,如图5所示。这表明,安装高阻尼橡胶阻尼器后索第45阶振动的模态阻尼比有明显提升,这与理论分析结果相一致(见表4)。



图3 安装双阻尼器的拉索

Fig.3 Cable with two dampers

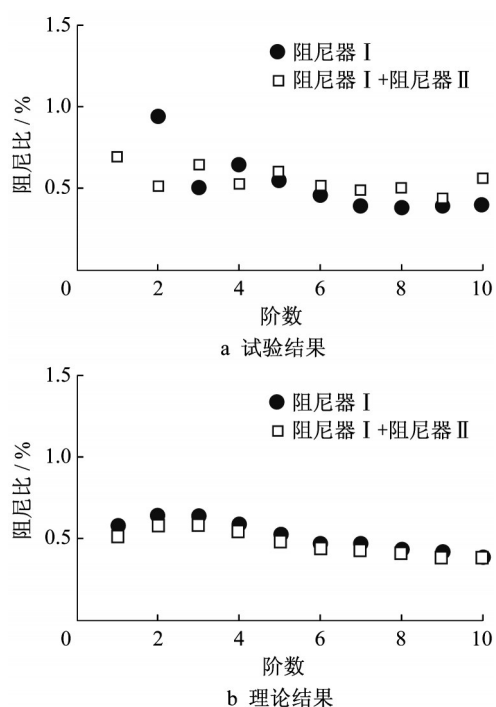


图4 阻尼比的试验结果与理论结果对比

Fig.4 Comparison of damping ratio between measurement and theoretical analysis

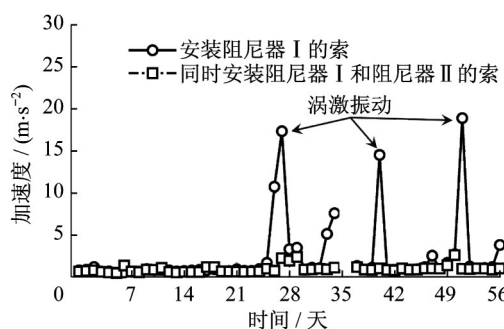


图5 仅安装阻尼器 I 和安装双阻尼器的拉索日最大振动加速度

Fig.5 Daily maximum vibration acceleration of the cables with damper I and with two dampers respectively

4 结语

(1) 对一根小垂度拉索,在近锚固点2个位置分别安装工程中常见的黏弹性阻尼器和高阻尼橡胶阻尼器,建立了垂索-双阻尼器系统精细化分析模型。考虑阻尼器异端安装和同端安装的2种实际情况,推导了索模态阻尼比数值计算的迭代式和近似显式表达式。

(2) 通过对实桥拉索-双阻尼器系统的实索测试和长期监测,验证了所提出分析方法的精确性。

监测结果表明,高阻尼橡胶阻尼器的安装可以有效抑制拉索在仅安装阻尼器 I 时出现的高阶涡振。在安装高阻尼橡胶阻尼器后实测阻尼器 I 的前几阶模态有一定降低,与理论分析吻合。同时,理论分析发现,阻尼器 I 的刚度效果对阻尼器 II 的高阶阻尼有提升作用。

作者贡献说明:

孙利民:提出研究内容,指导实桥试验和监测方案,修改论文。

狄方殿:完成理论推导、编程计算,参与试验,撰写论文初稿。

陈林:指导理论模型的建立,主持现场试验,完成数据处理,论文定稿。

许映梅:协助实桥试验和监测,修改论文。

参考文献:

- [1] FUJINO Y, KIMURA K, TANAKA H. Wind resistant design of bridges in Japan: developments and practices [M]. Tokyo: Springer Science & Business Media, 2012.
- [2] GU M, DU X. Experimental investigation of rain-wind-induced vibration of cables in cable-stayed bridges and its mitigation [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2005, 93(1): 79.
- [3] KLEISSL K, GEORGAKIS C. Aerodynamic control of bridge cables through shape modification: a preliminary study [J]. Journal of Fluids and Structures, 2011, 27(7): 1006.
- [4] CHEN W L, CHEN G B, XU F, *et al.* Suppression of vortex-induced vibration of a circular cylinder by a passive-jet flow control [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2020, 199: 104119.
- [5] 李寿英, 顾明, 陈政清. 阻尼器对拉索风雨激振的控制效果研究[J]. 工程力学, 2007, 24(8): 1.
LI Shouying, GU Ming, CHEN Zhengqing. The effectiveness of dampers to rain-wind induced vibration of stay cables [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(8): 1.
- [6] 陈文礼, 李惠. 黏滞阻尼器对拉索参数振动的控制分析[J]. 地震工程与工程振动, 2007, 27(2): 137.
CHEN Wenli, LI Hui. Passive control for parametric vibration of cables using viscous fluid damper [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2007, 27(2): 137.
- [7] CHEN L, DI F, XU Y, *et al.* Multimode cable vibration control using viscous-shear damper: case studies on Sutong Bridge [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2020, 27(6): e2536.
- [8] CARACOGLIA L, JONES N P. In-plane dynamic behavior of cable networks, Part 1: formulation and basic solutions [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 279(3): 969.
- [9] SUN L, HONG D X, CHEN L. In-plane free vibrations of shallow cables with cross-ties [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2019, 26(10): e2421.
- [10] 周亚刚. 斜拉索-辅助索系统动力特性和减振研究[D]. 上海: 同济大学, 2007.
ZHOU Yagang. Dynamic characteristics and vibration mitigation of stay cables using cross ties [D]. Shanghai: Tongji University, 2007.
- [11] WEBER F, FELTRIN G, MASLANKA M, *et al.* Design of viscous dampers targeting multiple cable modes [J]. Engineering Structures, 2009, 31(11): 2797.
- [12] 周海俊, 孙利民, 周亚刚. 应用油阻尼器的斜拉索实索减振试验研究[J]. 公路交通科技, 2008, 25(6): 55.
ZHOU Haijun, SUN Limin, ZHOU Yagang. A full-scale cable vibration mitigation experiment by using oil damper [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2008, 25(6): 55.
- [13] DI F, SUN L, CHEN L. Cable vibration control with internal and external dampers: theoretical analysis and field test validation [J]. Smart Structures and Systems, 2020, 26(5): 575.
- [14] LIU Z, SHEN J, LI S, *et al.* Experimental study on high-mode vortex-induced vibration of stay cable and its aerodynamic countermeasures [J]. Journal of Fluids and Structures, 2021, 100: 103195.
- [15] GE C, CHEN A. Vibration characteristics identification of ultra-long cables of a cable-stayed bridge in normal operation based on half-year monitoring data [J]. Structure and Infrastructure Engineering, 2019, 15(12): 1567.
- [16] WANG X Y, NI Y Q, KO J M, *et al.* Optimal design of viscous damper for multi-mode vibration control of bridge cables [J]. Engineering Structures, 2005, 27(5): 792.
- [17] TAKANO H, OGASAWARA M, ITO N, *et al.* Vibrational damper for cables of the Tsurumi Tsubasa Bridge [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, 69: 80.
- [18] 米田昌弘, 望月秀之, 瀬戸内秀規. 斜張橋ケーブルを対象とした併用ダンパー方式の減衰評価手法とその設計法に関する研究[J]. 土木学会論文集, 1995, 516: 183.
- [19] MAIN J A, JONES N P. Influence of rubber bushings on stay-cable damper effectiveness [C]//Proceedings of the Fifth International Symposium on Cable Dynamics. Liege: A. I. M., 2003: 15-18.
- [20] ZHOU H J, SUN L M, XING F. Free vibration of taut cable with a damper and a spring [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2014, 21: 996.
- [21] CARACOGLIA L, JONES N P. Damping of taut-cable systems: two dampers on a single stay [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2007, 133(10): 1050.
- [22] HOANG N, FUJINO Y. Combined damping effect of two dampers on a stay cable [J]. Journal of Bridge Engineering, 2008, 13(3): 299.
- [23] CU V H, HAN B. A stay cable with viscous damper and tuned

- mass damper [J]. Australian Journal of Structural Engineering, 2015, 16(4): 316.
- [24] CU V H, HAN B, WANG F. Damping of a taut cable with two attached high damping rubber dampers [J]. Structural Engineering and Mechanics, 2015, 55(6): 1261.
- [25] SUN L, XU Y Y, CHEN L. Damping effects of nonlinear dampers on a shallow cable [J]. Engineering Structures, 2019, 196:109305.
- [26] WANG Z H, YUE F F, GAO H. Free vibration of a taut cable with two discrete inertial mass dampers [J]. Applied Sciences, 2019, 9(18):3919.
- [27] HOANG N, FUJINO Y. Analytical study on bending effects in a stay cable with a damper [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2007, 133(11): 1241.
- [28] IRVINE H M. Cable structures [M]. Cambridge: MIT Press, 1981.
- [29] KRENK S, NIELSEN S R K. Vibrations of a shallow cable with a viscous damper [J]. Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2002, 458: 339.
- [30] KUMARASEN S, JONES N P, IRWIN P, *et al.* Wind-induced vibration of stay cables [R]. McLean: Federal Highway Administration, 2005.
- [31] 朱文正,刘建新.粘性剪切型阻尼器性能试验研究[J].广州大学学报(自然科学版), 2005, 4(6):526.
- ZHU Wenzheng, LIU Jianxin. Performance experiment for viscous shear damper [J]. Journal of Guangzhou University (Natural Science Edition), 2005, 4(6):526.
- [32] 米田昌弘.斜張橋ケーブルの風による振動とその制御[C]//土木学会第2回振動制御コロキウム(PARTA, 構造物の振動制御(2)). 東京都: 土木学会, 1993:21-41.
- [33] CHEN L, SUN L, XU Y, *et al.* A comparative study of multi-mode cable vibration control using viscous and viscoelastic dampers through field tests on the Sutong Bridge [J]. Engineering Structures, 2020, 224: 111226.

(上接第932页)

- Technologies, 1996, 4(3): 113.
- [17] GIPPS P G. A behavioural car-following model for computer simulation [J]. Transportation Research, Part B: Methodological, 1981, 15(2): 105.
- [18] BANDO M, HASEBE K, NAKAYAMA A, *et al.* Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation [J]. Physical Review E, 1995, 51(2): 1035.
- [19] HELBING D, TILCH B. Generalized force model of traffic dynamics[J]. Physical Review E, 1998, 58(1): 133.
- [20] JIANG R, WU Q, ZHU Z. Full velocity difference model for a car-following theory [J]. Physical Review E, 2001, 64(1): 17101.
- [21] TREIBER M, HENNECKE A, HELBING D. Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations[J]. Physical Review E, 2000, 62(2): 1805.
- [22] NAGEL K, SCHRECKENBERG M. A cellular automaton model for freeway traffic [J]. Journal de Physique I, 1992, 2(12): 2221.
- [23] KRAUSS S, WAGNER P, GAWRON C. Continuous limit of the Nagel-Schreckenberg model[J]. Physical Review E, 1996, 54(4): 3707.
- [24] KRAUSS S, WAGNER P, GAWRON C. Metastable states in a microscopic model of traffic flow [J]. Physical Review E, 1997, 55(5): 5597.
- [25] NI D. A unified perspective on traffic flow theory, Part I: the field theory[J]. Applied Mathematical Sciences, 2013, 7:1929.
- [26] TREIBER M, KESTING A. Microscopic calibration and validation of car-following models: a systematic approach [J]. Procedia: Social and Behavioral Sciences, 2013, 80: 922.
- [27] PARKER M T. The effect of heavy goods vehicles and following behaviour on capacity at motorway roadwork sites[J]. Traffic Engineering and Control, 1996, 37(9): 524.
- [28] 王晓原. 微观交通流仿真建模理论及一体化仿真环境研究[D]. 长春: 吉林大学, 2002.
- WANG Xiaoyuan. Study on the modelling theory of microscopic traffic flow simulation and the integrated simulating environment[D]. Changchun: Jilin University, 2002.