文章编号: 0253-374X(2024)07-1009-09

DOI: 10. 11908/j. issn. 0253-374x. 23423

共振型地震表面波屏障设计与性能分析

宁少武¹, 金园园¹, 施汇斌², 柳占立²

(1. 西安建筑科技大学 土木工程学院,陕西西安 710055;2. 清华大学 航空航天学院,北京 100081)

摘要:周期结构的带隙特性使得位于带隙频率范围内的振 动或波动无法在结构中传播。基于该思想,设计了一种埋入 式的地震表面波屏障以调控Rayleigh表面波的传播,并研究 了该表面波屏障的主要设计参数及共振单元与支撑基础之 间的连接约束关系等对弹性波频散曲线和表面波带隙形成 的影响。结果表明:该埋入式的地震表面波屏障能够形成低 频的表面波带隙,实现有效的衰减域;共振单元与支撑基础 之间的约束关系会显著改变地震表面波屏障的频散曲线,不 同的约束条件会影响表面波带隙的形成,甚至造成带隙的消 失,在屏障设计与实现过程中应对影响两者发生相对运动的 因素如摩擦力等进行考虑,进行合理设计。

关键词:地震超材料;波屏障;表面波;带隙;地震中图分类号: O328文献标志码: A

Design and Performance Analysis of Resonant Seismic Surface Wave Barriers

NING Shaowu¹, JIN Yuanyuan¹, SHI Huibing², LIU Zhanli²

(1. College of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China; 2. School of Aerospace Engineering, Tsinghua University, Beijing 100081, China)

Abstract: A periodic structure has band-gap characteristics so that the vibrations or waves in the bandgap frequency range cannot propagate in the structure. Based on this concept, an embedded seismic barrier for manipulating Rayleigh surface waves is designed. The influence of the design parameters of the seismic barrier and the constraint conditions between the resonant element and the supporting foundation on the elastic wave dispersion curve and the formation of the bandgaps of seismic surface wave is studied. The results indicate that the embedded seismic metamaterial barrier can form a surface wave band gap in the low frequency region and realize an effective attenuation domain. The constraint conditions between the resonant element and the supporting foundation can significantly alter the band structure of the dispersion curve. Different constraint conditions can affect the formation of the surface wave bandgaps, and even cause the disappearance of the surface wave bandgaps. Thus, in the process of barrier design and implementation, factors, such as friction, that affect the relative movement between the resonant element and the supporting foundation should be considered and rationally designed.

Keywords: seismic metamaterial; wave barrier; surface wave; bandgap; earthquake

当纵波和横波在地表相遇后会形成Rayleigh 波,其具有振幅大,频率低(一般在 20 Hz 以下),传 播距离远等特征。在中远场的条件下, Rayleigh 波 会成为地震波的主要成分,是造成土木工程结构破 坏的主要因素,因此对Rayleigh 波传播的调控是减 隔震的重要研究任务之一[1]。近年来,声子晶体和 声学超材料技术的发展为减隔振/震屏障的研究提 供了新的技术手段。声子晶体和声学超材料具有带 隙特性,带隙的存在使得落在带隙频率范围中的弹 性波的传播被抑制^[2]。声子晶体和声学超材料的设 计理念用于 Ravleigh 波屏障的设计引起科研工作者 越来越多的关注^[3]。特别是2012年, Brûlé等^[4]对周 期排列的土壤-圆柱孔进行了Rayleigh 表面波屏障 的场地实验,表明该表面波屏障对50Hz左右的 Rayleigh 波实现了较好的隔震效果,并提出了地震 超材料的新概念。至此,地震超材料的研究得到了 真正的关注。



收稿日期: 2023-11-24

第一作者:宁少武,副教授,工学博士,主要研究方向为声学超材料,振动噪声控制,冲击防护。 E-mail: swning@qq. com

通信作者:柳占立,教授,博士生导师,工学博士,主要研究方向为计算固体力学、断裂力学、冲击动力学。 E-mail: liuzhanli@mail.tsinghua.edu.cn

地震超材料按其分布位置大致可以分为屏障型 地震超材料和超材料基础[3]。超材料基础与建筑物 直接相连利用其禁带特性以阻止地震波通过基础传 递到上部结构。对于屏障型地震超材料, Colombi 等^[5]将超材料中的局域共振机理和自然界的树木联 系在一起,首次提出了森林地震超材料表面波屏障 模型,研究表明在频率低于150 Hz的Rayleigh波在 软沉积土中传播时,在较宽的频带内实现 Rayleigh 波传播的衰减,且将树木梯度式排布可使 Rayleigh 波由面波转化为体波,并向土体内部传播从而实现 表面波的衰减^[6]。类比光学中的超表面概念, Colquitt等^[7]提出了地震超表面的概念,通过研究了 一组在薄弹性板或弹性半空间上周期分布的杆状局 域共振单元,表明由于禁带的存在,Rayleigh波与局 域共振单元作用从而转化为体波。之后, Wootton 等^[8]、Pu等^[9]、Liu等^[10]借鉴地震超表面的概念,设 计出新型的结构来调控地震表面波。刘岩钊等[11]设 计了周期格栅式表面波屏障,发现格栅板的埋入深 度和栅板高度对带隙的影响很大,并验证了波屏障 对于地震波的隔震作用。上述的屏障型地震超材料 均布置于地表面之上,其安装布置受到地面条件的 极大限制。Palermo等^[12]设计了埋入式的表面谐振 器周期波屏障,将Rayleigh波转换成剪切体波并向 土体内部传播,使得在10Hz以下的频率范围内的地 面运动降低50 %;在此基础之上,Palermo等^[13]还设 计了多质量谐振器周期波屏障,大大提高了波屏障 的隔振性能。受固支板模型启发, Achaoui 等^[14]将混 凝土柱固定在基岩中获得了覆盖零频率的地震波带 隙。Chen等^[15]使用常规的建筑材料设计混凝土柱, 研究了由其组成的周期结构在层状土中对地震波的 调控效果,研究发现由于桩和周围土层之间的约束

能够形成宽频带隙,调整基础刚度能对其进行有效 调控。

在实际工程中,为了实现对低频弹性波传播的 调控,往往需要结构的质量非常大,在重力作用下, 结构与支撑之间的约束接触条件如边界条件、摩擦 力等对系统的动态性能有显著的影响。在地震工程 中,其中Rayleigh波是一种低频弹性波,表面波屏障 对Rayleigh波的调控性能同样受其与周围介质之间 的连接约束方式的影响。本文中,基于超材料的设 计理念,设计了一种埋入式的表面波屏障,研究其几 何参数以及与各组成部分之间的连接约束方式等对 该埋入式的表面波屏障动态性能的影响。

1 模型建立

首先,基于超材料设计理念,设计了如图1所示 的一维表面波屏障模型,并采用传统的土木工程材 料来设计,其中A为以土体介质,C为橡胶材料作成 的软涂层;B和D为相同型号的混凝土材料,D是混 凝土材料制成的共振芯体,B为混凝土材料制成支 撑基础;其中,a为屏障单元的晶格尺寸,b为共振芯 体中混凝土芯体的宽度,d为共振芯体(包括橡胶软 涂层C和混凝土D两部分)的宽度,h为单元中微结 构高度,e为混凝土支撑基础的厚度。材料参数如 表1所示。图1所示设计的出发点是期望共振芯体 在特定频率下发生局域共振从而出现低频带隙,然 而共振芯体与支撑基础之间的接触条件如摩擦力等 会显著影响该系统的动态性能,因此有必要对共振 芯体与支撑基础之间的连接约束方式进行设计。本 文将研究相关几何参数以及上述两者之间的连接约 束等对表面波屏障动态性能的影响。





表1 材料参数^[16] Tab. 1 Parameters of materials^[16]

材料	土体(A)	橡胶(C)	混硬土(B、D)
密度/(kg•m ⁻³)	1 900	1 300	2 500
杨氏模量/Pa	2. 0×10^{7}	1.2×10^{5}	$3.0 imes 10^{10}$
泊松比	0.3	0.47	0.2

地表是一半无限空间,表面波屏障布置于地表 附近。在计算分析过程中,通常采用有限尺寸模型 代替半无限大模型。假设屏障单元的晶格尺寸为*a*, 本文中取*a*=2m,有限尺寸超材料单元的深度*H*为 40*a*。混凝土支撑基础的厚度*e*为0.25m。在屏障 单元底部施加固定约束(图1a),在屏障单元的左右 边界施加Bloch-Floquet周期边界条件。根据周期结 构理论,弹性波在周期结构中的传播满足Bloch定 理,即弹性波场满足:

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r},t) = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)}\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{r}) \tag{1}$$

式中:k代表波矢;ω是圆频率;r是空间坐标点坐标。 u_k(r)是具有与结构相同周期的函数,满足:

$$\boldsymbol{u}_k(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{u}_k(\boldsymbol{r} + \boldsymbol{a}) \tag{2}$$

式中:*a*为周期常数。通过式(1)和式(2)可以得到周期边界条件为

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}\!+\!\boldsymbol{a})\!=\!\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{a})}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}) \tag{3}$$

本文中,利用ABAQUS有限元软件进行频散曲 线计算与分析,建立如图1所示的单胞模型,并采用 平面应变单元。在相邻单胞边界上施加Bloch周期 边界条件,波矢 k 的取值范围如图1b所示。由于计 算得到的频散曲线同时含有体波和表面波,为了识 别体波和表面波,获得表面波的频散曲线,采用如下 关系^[17]:

$$\beta = \frac{\int_{l} (u_{x}^{2} + u_{y}^{2}) \mathrm{d}S}{\int_{H} (u_{x}^{2} + u_{y}^{2}) \mathrm{d}S}$$
(4)

式(4)用来确定表面波带隙。其中,u_x和u_y分别 为二维模型的位移分量,*l*一般取为特定频率下波长 的2倍^[18],这里取为定值,即微结构深度*h*的两倍^[17]。 当比值β大于0.9时,就认为该频率对应的模态为表 面波模态。通过该方法,计算确定频散曲线中的表 面波模态。接下来,将研究相关几何参数对频散关 系和表面波带隙形成的影响,考察芯体和软涂层组 成的共振单元与基础之间的约束关系对其动态性能 的影响,并通过相应的有限尺寸模型的波传播特征 进行验证。

2 参数研究

本文中设计的表面波屏障的所有参数中,微结 构单元的高度h及涂层和芯体的相对尺寸是屏障设 计的关键参数。

2.1 屏障单元高度的影响

保持芯体的宽度b为1.0m,研究微结构单元高 度变化对色散关系的影响。计算了前15阶的特征 频率。图2为微结构单元高度分别为1.5.3.0和 4.5 m时的频散曲线,其中点线对应于表面波的色散 曲线。从图2可以看到表面波带隙的存在。在10 Hz以下,图2a中存在两个较宽的表面波带隙0~ 3.368 Hz 和 5.613~10.2 Hz;图 2b 中相应的表面波 带隙频率区间在0~1.998 Hz和6.534~9.899 Hz; 图 2c 中相应的表面波带隙频率区间在 0~1.345 Hz 和 6.814~9.286 Hz; 对比可以看出: 随着微结构单 元高度的增加,低频带隙和高频带隙的宽度减小,而 且微结构单元的高度小的低频带隙和高频带隙的宽 度反而大[16]。这一点对于地震表面波屏障的设计是 有利的,可以用更少的材料和成本实现更好的表面 波调控效果。另外,从图2b和图2c也可以看出随着 微结构高度的增加,频率区间3.311~4.219 Hz和 2.84~3.364 Hz产生一个新的表面波带隙。

2.2 涂层和芯体的相对尺寸的影响

微结构单元的高度 h 为 3.0 m, 研究涂层和芯体的相对宽度变化对色散关系的影响,涂层和芯体的总宽度保持 1.5 m 不变。图 3 为芯体宽度分别为0.25、0.5、0.75、0.875和1.0 m时的频散曲线,其中点线对应于表面波的色散曲线。

从图3可以看出涂层和芯体的相对尺寸严重影 响散射曲线的结构。随着芯体宽度的增加,色散曲 线中出现表面波带隙。当芯体宽度分别为0.875 m 和1.0 m时,有频率区间分别位于5.933~8.314 Hz 和6.534~9.899 Hz的表面波带隙出现。另外,当芯 体宽度分别为0.75、0.875 和1.0 m时分别在频率区 间 3.165~3.745 Hz、3.239~4.106 Hz 和 3.311~ 4.219 Hz出现表面波带隙。从以上结果可以看出, 为了增加表面波带隙的宽度,可以适当增加芯体的 宽度。这是因为当芯体较窄时,橡胶涂层出现密集 的低频模态,不利于宽频带隙的出现;而增加芯体宽 度,其与橡胶涂层形成的共振单元产生低频模态,而 橡胶出现的模态频率升高,两者共同作用出现了较 宽的低频带隙。



图 2 表面波屏障单元高度对频散曲线和表面波频散曲线(点线)的影响





图 3 表面波屏障单元中芯体宽度对频散曲线和表面波频散曲线(点线)的影响

Fig. 3 Effects of widths of core in surface wave barrier element on dispersion curves and surface wave dispersion curves (dot lines)

3 共振单元与支撑基础间约束关系的 影响

由于地震波频率非常低,为了实现对低频弹性 波的控制,结构的质量往往非常大。在重力作用下, 结构与支撑基础之间的约束接触条件,如摩擦力等, 对系统的动态性能会有显著的影响。因此,研究表 面波屏障组成部分之间的约束条件对表面波屏障动 态性能的影响具有重要的现实意义。本文将讨论由 软涂层和芯体组成的共振单元与支撑基础之间的连 接关系对表面波屏障动态性能的影响。选取芯体底 部中点作为控制点,基础底面作为控制面,建立该控 制点与控制面(图 la 中x—y虚线表示的位置)之间 的约束关系。假设芯体底部控制点的位移为 $(u_{1x}, u_{1y}, \theta_{1z}), 与之相对应的基础底面的位移为$ $<math>(u_{2x}, u_{2y}, \theta_{2z})$ 。本文考虑以下5种约束关系:

(1)绑定约束。控制点与控制面上每一节点均 无相对位移,即:

 $u_{1x} = u_{2x}, u_{1y} = u_{2y}, \theta_{1z} = \theta_{2z}$

(2) 接触。设置无摩擦刚性接触条件。

(3) 仅允许发生相对滑动。仅存在沿水平方向 的滑动,控制点与控制面节点之间有关系:

 $u_{1x} - u_{2x} = \bar{u}_x, u_{1y} = u_{2y}, \theta_{1z} = \theta_{2z}$

(4) 仅允许发生相对转动。控制点与控制面之 间没有水平和垂直方向的相对位移,但存在绕控制 点的转动,即:

 $u_{1x} = u_{2x}, u_{1y} = u_{2y}, \ \theta_{1z} - \theta_{2z} = \bar{\theta}_z$

(5) 软支撑,假设通过与软涂层相同的橡胶材 料连接。

采用微结构高度 h 为 3 m,芯体宽度 b 为 1 m 的 计算模型。计算了上述 5 种约束条件下,系统的色 散曲线。图 4a 为采用绑定约束时的色散曲线,可以 看到其不存在表面波带隙,这主要是因为当采用绑 定约束时,芯体与支撑基础形成整体,失去了作为局 域共振单元的功能;而当采用其他约束条件时,仅约 束了部分自由度,可在没有约束的自由度上发生局 域共振,从而形成不同的色散关系和不同的表面波 带隙。图 4b 为接触条件时,可以看到在 6.188~ 9.309 Hz频率区间内产生表面波带隙;图 4c 为采用 滑动约束条件,在 6.24~10.56 Hz频率区间产生表 面波带隙,在该频率区间内也包含平直表面波通带。 图 4d 为采用转动约束时,在 6.132~10.85 Hz频率 区间产生表面波带隙,在该频率区间内也包含平直 表面波通带。图4e的色散曲线如前所示。从以上 分析可以看出,底部的约束条件严重影响了表面波 屏障的频散曲线和表面波带隙。在实际工程中,共 振单元与基础之间的约束接触条件,如摩擦力,一方 面会消耗能量,另一方面则约束其局部振动,从而影 响其能带结构及表面波带隙的形成。

4 表面波屏障性能验证

为了验证上述计算结果的正确性以及表面波屏 障对表面波的调控性能,通过包含表面波屏障的有 限尺寸结构中特定频率的表面波的传播特征进行验 证。计算模型如图5所示,整个计算域为半椭圆域, 长半轴和短半轴分别为150a和50a,屏障结构由100 个表面波屏障单元组成,布置于椭圆左长轴;并在屏 障结构左侧70a处作用集中载荷,用以产生Ravleigh 波;本文中以单位位移作为输入激励载荷。在屏障 结构右侧20a处采集输出信号。为了模拟半无限空 间域,在图示模型的椭圆边界布置无限元,用以吸收 入射的弹性波,减小界面反射对计算结果的干扰,无 限元层厚度为10a。这里,仅计算了采用绑定约束、 仅允许相对转动和软支撑时,在特定频率下弹性波 场特征,特别是Rayleigh波与表面波屏障作用后波 场特征。为了表征有限尺寸表面波屏障的波动传输 特性,传输谱定义为

$$T = 20 \log_{10} \left(\frac{|u_o|}{|u_i|} \right) \tag{5}$$

式中:|*u*₀|和|*u*_i|分别为输出和输入的位移幅值,这里 |*u*_i|=1。这里选定*b*=1.0m,*h*=3.0m,主要验证 不同约束条件下有限尺寸表面波屏障的调控性能。 从工程实际出发考虑,过多的表面波屏障单元会大 大增加施工和制造的成本,因此进一步讨论了表面 波屏障单元的数量对表面波屏障调控性能的影响。

图 6 为分别采用绑定约束、仅允许转动和软支 撑时计算得到有限尺寸表面波屏障的传输谱。图中 阴影标出了图 4 所给出的频散曲线中较宽的表面波 带隙频率区间。从图 6 中可以看出,在表面波带隙 频率区间内弹性波的传输率显著降低,其中主要贡 献来自于表面波屏障对表面波的衰减。其中需要注 意的是,在10 Hz以上,表面波色散曲线主要为固定 频率的平直线,在这些平直线之间有狭窄的平直带 隙出现,因此从传输曲线中可以看出在这些频率区 间传输率也显著降低,表面波的传播得到了衰减。 下面,进一步通过弹性波场特征来验证屏障的波调



图 4 共振单元与支撑基础间的约束条件对频散曲线和表面波频散曲线(点线)的影响

Fig. 4 Effects of constraint conditions between resonant element and supporting foundation on dispersion curves and surface wave dispersion curves (dot lines)



图 5 有限尺寸表面波屏障计算模型 Fig. 5 Simulation of finite-size surface wave barrier

控性能。

图 7—9 展示了在单位位移载荷激励下,介质内 部位移幅值在空间的分布场,图中采用了相同的图 例标尺.

由图4a可知当采用绑定约束时,在15Hz以下 没有表面波带隙。为了验证,选取9.0Hz的谐波单 位位移载荷。

从图7中可以看出,表面波可以穿过地震表面

波屏障传播至其右侧,即采用绑定约束的表面波屏 障对9.0 Hz的表面波没有衰减效果。与通过色散关 系和传输谱的预测一致。

当采用仅允许相对转动的约束条件和软支撑约 束条件时,从图4d和图4e已知可以产生表面波带 隙。为了进行验证,分别在表面波的通带和禁带频 率区间内选取一特定频率,考察在该激励频率下系 统内弹性波场特征。



图 6 有限尺寸表面波屏障的传输谱 Fig. 6 Transmission spectra of finite-size surface wave barrier



图 7 采用绑定约束条件时在 9.0 Hz 的集中谐波载荷激励下介质内的位移幅值分布 Fig. 7 Displacement magnitude distribution at harmonic concentrated load and 9.0 Hz for tie constraint condition

图8为采用仅允许相对转动的约束条件时,分 别在5.5Hz和7.5Hz处介质内弹性波场。从图4d 可知5.5Hz处于表面波通带内。从图8a可以看到, 表面波穿过屏障传播到其右侧,即该表面波屏障对 通带内表面波没有衰减效果。而7.5Hz处于表面波 禁带内,因此表面波无法穿过屏障;但是在表面波禁 带内有体波可以传播,因此表面波转化为体波向介 质内部传播,如图8b所示,因而位于地表结构即可 得到保护,免受地表表面波的侵害。这是地震表面 波屏障对地震波一种重要的调控机制^[6]。

图9为采用软支撑时分别在6.0Hz和8.5Hz处的 弹性波波场,这两个频率点分别位于表面波的通带内 和禁带内。从图9b可以看出位于表面波禁带内的表 面波转化为体波并向介质内部传播,从而避免了表面 波与地面结构发生作用,达到保护工程结构的目的。

布置过多的表面波屏障单元会增加施工和制造 成本,在上述研究的基础上,进一步讨论了表面波屏 障单元数量对表面波屏障调控性能的影响。图6中 给出了当分别采用10个和30个表面波屏障单元时 有限尺寸表面波屏障的传输谱,可以看出:采用表面 波屏障单元越多,表面波的传输率越低,对表面波的 衰减调控性能越好。由于在低频段,弹性波波长远 大于表面波屏障单元尺寸,弹性波易于绕射传播。 当采用较少数量的表面波屏障单元时,如采用10个 表面波屏障单元,在带隙频率区间有较小的衰减,对 表面波的调控非常微弱;当增加到30个表面波屏障 单元时,可以看到在带隙频率区间内有显著的衰减。

图 10 给出了其在 8.5 Hz 集中谐波载荷激励下 介质内的位移幅值分布。从图中可以看到,表面波 屏障实现了将表面波转化为体波并向体内传播的机 制;然而由于有限结构尺寸较小。从图 10 中可以看 到弹性波会绕过表面波屏障绕射传播(图 10 中虚线 框为有限尺寸表面波屏障位置)。与采用 100 个表 面波屏障单元相比,实现了对表面波传播衰减,虽然 衰减效果有所降低,但大大降低了表面波屏障施工 制造的成本。

综上,过少的表面波屏障单元会降低其对表面 波的调控效果,而设置过多的表面波屏障单元会显 著增加施工和制造成本。在实际工程中,应综合考 虑调控性能和施工与制造成本,应对表面波屏障单 元的布置进行优化。



图8 采用仅允许转动约束条件时在集中谐波载荷激励下介质内的位移幅值分布.

Fig. 8 Displacement magnitude distribution at harmonic concentrated load for constraint condition of only allowable rotation





Fig. 9 Displacement magnitude distribution at harmonic concentrated load for constraint condition of soft support



图10 采用30个表面波屏障单元和软支撑约束,在8.5 Hz集中谐波载荷激励下介质内的位移幅值分布.

Fig. 10 Displacement magnitude distribution at 8.5Hz harmonic concentrated load by using 30 surface wave barrier elements and soft support constraints

5 结语

本文以周期结构 Bloch 理论为基础,基于超材 料的设计理念,设计了一种地震表面波屏障,用以调 控破坏性较强的低频 Rayleigh 表面波,采用数值计 算分别对屏障的能带结构和特定频率下的稳态波场 进行了数值模拟,探讨了表面波屏障主要设计参数 对表面波调控性能的影响,特别是共振单元与支撑 基础之间的连接约束关系对表面波屏障动态性能的 影响。得到以下结论:

(1)地震表面波屏障具有较好的低频带隙特性 (低于20Hz)。其中,屏障单元高度及涂层和芯体的 相对尺寸是表面波屏障设计的关键参数。屏障的深 度减小或芯体宽度增加有利于增加带隙宽度,有利 于形成低频衰减域。

(2)共振单元与支撑基础之间的约束关系会影响频散曲线结构和表面波带隙的形成,在表面波屏障设计与实现过程应考虑相关阻碍两者发生相对运动的因素,如摩擦力等。

(3)从弹性波传播过程反映出在表面波带隙内 表面波的传播被阻碍,并转化为体波向半无限空间 介质内部传播,从而保护地面工程结构。

作者贡献声明:

宁少武:模型设计、结果计算分析以及文档初稿撰写。 金园园:计算结果整理与初稿审阅与修改。 施汇斌:计算结果分析与初稿审阅与修改。 柳占立:计算模型指导、结果分析以及初稿审阅修改。

参考文献:

- 魏培君.弹性波理论[M].北京:科学出版社, 2021.
 WEI Peijun. Elastic wave theory[M]. Beijing: Science Press, 2021.
- [2] 温熙森,温激鸿,郁殿龙,等.声子晶体[M].北京:国防工业 出版社,2009.
 WEN Xisen, WEN Jihong, YU Dianlong, et al. Phononic Crystals[M]. BeiJing: National Defense Industry Press, 2009.
- [3] 陈振宇,林志华,施帆. 地震超材料: 从自然结构到新型人工 结构[J]. 科学通报, 2022, 67(12): 1264.
 CHEN Zhenyu, LIN Zhihua, SHI Fan. A review on seismic metamaterials: From natural to artificial structures[J]. Chinese Science Bulletin, 2022, 67(12): 1264.
- [4] BRULE S, JAVELAUD E, ENOCH S, et al. Experiments on seismic metamaterials: Molding surface waves [J]. Physical Review Letter, 2014, 112: 133901.
- [5] COLOMBIA, ROUX P, GUENNEAU S, et al. Forests as a natural seismic metamaterial: Rayleigh wave bandgaps induced by local resonances[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 19238.
- [6] COLOMBI A, COLQUITT D, ROUX P, et al. A seismic metamaterial: The resonant metawedge[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 27717.
- [7] COLQUITT D, COLOMBI A, CRASTER R, et al. Seismic metasurfaces: Sub-wavelength resonators and Rayleigh wave

interaction[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2017, 99: 379.

- [8] WOOTTON P, KAPLUNOV J, COLQUITT D. An asymptotic hyperbolic — Elliptic model for flexural-seismic metasurfaces [J]. Proceedings of the Royal Society A, 2019, 475: 20190079.
- [9] PU X, PALERMO A, MARZANI A. A multiple scattering formulation for finite-size flexural metasurfaces [J]. Proceedings of the Royal Society A, 2022, 478: 20210669.
- [10] LIU W, YOON G, YI B, et al. Ultra-wide band gap metasurfaces for controlling seismic surface waves [J]. Extreme Mechanics Letters, 2020, 41: 101018.
- [11] 刘岩钊, 尹首浮, 于桂兰. 周期格栅式表面波屏障的设计与性能研究[J]. 工程力学, 2019, 36(S): 324.
 LIU Yanzhao, YIN Shoufu, YU Guilan. Design and investigation of periodic grid barriers for seismic surface waves
 [J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(S): 324.
- [12] PALERMO A, MARZANI A. Control of Love waves by resonant metasurfaces[J]. Scientific Reports, 2018, 8: 7234.
- [13] PALERMO A, VITALI M, MARZANI A. Metabarriers with multi-mass locally resonating units for broad band Rayleigh waves attenuation [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2018, 113: 265.
- [14] ACHAOUI Y, ANTONAKAKIS T, Brule S, et al. Clamped seismic metamaterials: Ultra-low frequency stop bands [J]. New Journal of Physics, 2017, 191719: 063022.
- [15] CHEN Y, QIAN F, SCARPA F, et al. Harnessing multilayered soil to design seismic metamaterials with ultralow frequency band gaps [J]. Materials and Design, 2019, 175: 107813.
- [16] WANG X, WAN S, NIAN Y, *et al.* Periodic in-filled pipes embedded in semi-infinite space as seismic metamaterials for filtering ultra-low-frequency surface waves [J]. Construction and Building Materials, 2021, 313: 125498.
- [17] CAI R, JIN Y B, RABCZUK T, et al. Propagation and attenuation of Rayleigh and pseudo surface waves in viscoelastic metamaterials [J]. Journal of Applied Physics, 2021, 129: 124903.
- [18] PU X, SHI Z. A novel method for identifying surface waves in periodic structures [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, 98: 67.