文章编号: 0253-374X(2024)11-1649-09

DOI: 10. 11908/j. issn. 0253-374x. 22508

# 混凝土结构疲劳损伤全过程模拟的加速算法

虢成功1,李 杰1,2

(1. 同济大学 土木工程学院,上海 200092;2. 同济大学 土木工程防灾全国重点实验室,上海 200092)

**摘要**:基于混凝土随机疲劳损伤本构模型改进了循环跳跃 加速算法。将外推变量从损伤变量修改为累积耗能变量,研 究了跳跃阈值和外推方式对加速算法计算结果的影响。当 选取合适的跳跃阈值时,可以利用较少的逐步计算结果获得 更为精确的外推变量信息,使得混凝土疲劳损伤全过程模拟 具有更高的精度和更小的计算成本。最后,采用改进加速算 法对受压素混凝土梁进行疲劳损伤全过程模拟。结果表明, 改进加速算法可以准确高效地模拟混凝土结构的疲劳破坏 全过程。

## Acceleration Algorithm for Whole Fatigue Damage Process Simulation of Concrete

GUO Chenggong<sup>1</sup>, LI Jie<sup>1,2</sup>

(1. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. State Key Laboratory of Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract**: The cycle jump acceleration algorithm is improved based on the stochastic fatigue damage constitutive model in this paper. The extrapolation variable is changed from the damage variable to the energy dissipation variable. Then, the effects of the jump threshold and extrapolation mode on the calculation results of the acceleration algorithm are analyzed. When choosing appropriate jump thresholds, the improved acceleration algorithm can provide more accurate extrapolation variable information with less cycle-by-cycle calculation. As a result, the whole fatigue damage process simulation of concrete is more accurate and requires less computation. By employing the improved acceleration algorithm, the fatigue damage process of a plain concrete beam under compression is simulated. It is shown that the improved acceleration algorithm can simulate the whole fatigue failure process of concrete structures properly and effectively.

**Keywords**: concrete; damage constitutive model; fatigue damage; acceleration algorithm

混凝土疲劳破坏的本质是材料内部微裂纹在疲 劳荷载作用下不断扩展、聚合,最终形成宏观不稳定 裂纹的过程。连续介质损伤力学理论[14]引入损伤内 变量来描述材料性能的劣化,为混凝土结构疲劳全 过程分析提供了基础。将混凝土疲劳损伤本构模型 与有限元分析方法相结合,能够再现混凝土结构在 疲劳荷载作用下的非线性发展过程。混凝土疲劳损 伤的演化过程往往达数年时间,因此采取逐步循环 计算方式实现结构全寿命疲劳损伤演化分析是不可 取的。目前疲劳加速算法主要分为2类:时域多尺 度算法[5-7]和循环跳跃算法[8-17]。前者借鉴均匀化理 论中空间材料均匀化的思想,对疲劳损伤的演化进 行时间尺度的分解,通过耦合求解时间域上的双尺 度控制方程实现疲劳计算的加速。后者以有限次循 环加载计算结果合理外推损伤变量的方式达到加速 效果。时间双尺度算法需要在不同时间尺度上传递 响应信息,所以本构关系不同时需要重新推导控制 方程。循环加速算法虽然简单实用,但是跳跃阈值 和外推方式决定了加速解是否能收敛到逐步计算 解,如果选取不当,就有可能与逐步计算解发生较大 偏离。本文将循环跳跃加速算法作为研究对象。目 前,已有众多学者针对不同的疲劳损伤本构关系开 发了相应的循环跳跃算法。Kiewel等<sup>[9]</sup>基于一类黏 塑性模型发展了循环跳跃加速算法,并考察了多种 外推函数包括多项式和样条函数的影响。Sun

通信作者: 李 杰,教授,博士生导师,工学博士,主要研究方向为工程可靠性理论、随机力学与混凝土损伤力学。 E-mail: lijie@tongji. edu. cn



收稿日期: 2022-12-02

基金项目:国家自然科学基金(51538010)

第一作者:號成功,博士生,主要研究方向为混凝土损伤本构模型。E-mail:1810740@tongji.edu.cn

等<sup>[10-11]</sup>发展了自适应区块跳跃算法,将许多循环加载 打包为一个区块,当加载区块所包含的周期数合适 时可以达到较好的加速效果。针对计算中各积分点 演化速率不同的特点,Van Paepegem等<sup>[12-13]</sup>研究了 结构计算中跳跃阈值选取问题。Sally等<sup>[14]</sup>将循环跳 跃算法推广至准随机荷载。

从循环跳跃加速算法的基本思想可以发现,外 推变量和外推方式的选取会直接影响计算结果的准 确性。目前疲劳损伤计算中采用的外推变量大多是 损伤变量<sup>[15-19]</sup>。当损伤演化曲线较为光滑时,该方法 配合一定的精度控制策略可以获得较好的精度和较 快的计算效率。当损伤变量的演化呈现阶梯状等不 光滑增长形式时,少量循环计算往往无法获得准确 的损伤增长信息,导致计算精度差甚至出现错误,而 通过大量循环计算获取当前状态的损伤增长信息, 又与加速算法节约计算成本的初衷相悖。

由微-细观随机断裂模型发展而来的随机疲劳损 伤本构模型在数值实现中不可避免地会遇到疲劳损 伤增长不光滑的问题。为此,本文尝试将外推变量从 损伤变量改为累积耗能变量。结果表明,改进加速算 法利用更少的计算量就可得到更精确的外推结果,从 而提高疲劳损伤全过程模拟的计算精度和效率。

### 1 混凝土疲劳损伤本构关系

基于随机介质和随机损伤的观点,李杰等<sup>[1,20-21]</sup> 发展了混凝土损伤分析的微-细观随机断裂模型。 该模型采用微弹簧的随机断裂表征混凝土内部由微 裂纹随机萌生、扩展导致的随机损伤演化。以单轴 受拉为例,将混凝土代表性体积单元(RVE)抽象为 一系列由两端刚性板约束的并联弹簧,如图1所示。 图中,σ、ε分别为单轴应力和应变,N<sub>s</sub>为微弹簧数量。 假定微弹簧的断裂应变为一随机场,根据随机介质 假定<sup>[22-23]</sup>,随机损伤的演化可表示为

$$D = \int_{0}^{1} H(\varepsilon - \Delta(x)) dx \tag{1}$$

式中: $\Delta(x)$ 为微弹簧的断裂应变随机场,一维概率 密度函数服从对数正态分布<sup>[1,21]</sup>;x为微弹簧的空间 坐标; $H(\cdot)$ 为Heaviside函数。令 $Z(x) = \ln \Delta(x)$ , Z(x)的均值和标准差分别为 $\lambda$ 和 $\zeta$ 。



图 1 受拉微-细观随机断裂模型 Fig.1 Tensile micro-meso stochastic fracture model

考虑疲劳荷载作用下疲劳损伤的累积效应, Ding等<sup>[24]</sup>假定每个微弹簧存在内部结构并将微弹簧 视为一个微观能量耗散单元。当微弹簧的累积耗能 *E*<sub>i</sub>超过弹性应变能*E*<sub>s</sub>时,微观单元破坏,则可将式 (1)改写为

$$D = \int_{0}^{1} H(E_{\rm f} - E_{\rm s}) dx, E_{\rm s} = \frac{1}{2} E_{0} \Delta^{2}(x) \quad (2)$$

式中, E<sub>0</sub>为混凝土弹性模量。

Ding 等<sup>[24]</sup>基于速率过程理论<sup>[25]</sup>和裂纹分形假 设<sup>[26]</sup>分析了微弹簧的纳微观耗能过程,并建立了 $E_f$ 的表达式:

$$\int_{0}^{t} C_{0} \exp(-\kappa DY)(Y - \gamma(\vartheta)) \left(\frac{Y^{p}}{\Gamma \exp(-\beta\vartheta)}\right) dt$$
(3)

式中:Y为损伤能释放率; $\Gamma$ 、 $\gamma$ 分别为宏观和微观均

匀化表面能的代表值; $C_0$ 、 $\kappa$ 、 $\vartheta$ 、 $\beta$ 、p为模型参数。

为了便于工程应用,在*E*<sub>f</sub>的建模过程中忽略表 面能的影响。考虑裂纹间的相互作用,进一步引入 文献[27]中提出的损伤愈合函数和损伤扩展函数修 正耗能表达式。*E*<sub>f</sub>表达式修正为

$$E_{\rm f} =$$

$$\int_{0}^{n} C_{1}(\exp(-\theta_{1}D) + \exp(-\theta_{2}(1-D)))Y^{p+2}dt$$

式中: $C_1$ 为指前因子;p+2为尺度参数,表示从纳观 到宏观的裂纹尺度数; $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 分别为控制疲劳损伤第 一阶段和第三阶段发展速率的模型参数。

经过系统严密的推导,Wu等<sup>[4]</sup>给出的受拉和受 压损伤能释放率显式表达式为

$$Y^{+} = \sqrt{E_{0}(\bar{\sigma}^{+}:C_{0}:\bar{\sigma})}, Y^{-} = \alpha \bar{I}_{1} + \sqrt{3\bar{J}_{2}}$$
 (5)

式中: $C_0$ 为四阶柔度张量; $\bar{\sigma}$ 和 $\bar{\sigma}^+$ 分别为有效应力张 量及其正分量; $\bar{I}_1$ 、 $\bar{J}_2$ 分别为有效应力张量的第一和 第二不变量; $\alpha$ 为与双轴强度提高有关参数,通常取 0.1212。

结合弹塑性损伤力学框架<sup>[1]</sup>,混凝土随机疲劳 损伤本构关系为

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D) : \boldsymbol{E}_0 : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p) \tag{6}$$

式中: $\sigma$ 为Cauchy应力张量; $E_0$ 为四阶刚度张量; $\epsilon$ 、  $\epsilon^{p}$ 分别为应变张量和塑性应变张量。

值得指出的是,在单调加载中常用的损伤准则为Kuhn-Tucker条件,该条件规定,当损伤能释放率超过历史最大值r时引发损伤:

$$\dot{d} = \begin{cases} G(Y), Y > r \\ 0, Y \leqslant r \end{cases}$$
(7)

这一条件无法反映损伤面内的损伤。因此,在 疲劳损伤分析中,应将Kuhn-Tucker条件替换为疲 劳加卸载不可逆条件<sup>[28]</sup>:

$$\dot{d} = \begin{cases} G(Y), \dot{Y} > 0\\ 0, \not{\Xi} \& \end{cases}$$
(8)

## 2 循环跳跃加速算法

将损伤变量作为外推变量进行疲劳分析。根据 循环跳跃算法的基本思想<sup>[15,18-19]</sup>,先对少量循环加载 进行精细有限元计算,得出*t*时刻损伤变量*d<sub>i</sub>*的变化 趋势。根据设定的跳跃阈值 $\delta d_{th}$ ,将损伤外推至(*t*+  $\Delta t$ )时刻得到的损伤*d<sub>t+\Delta</sub>*,然后以此时的损伤状态作 为初始条件代回原模型进行精细化计算。如此重复 外推、回代直至单元破坏。基于疲劳损伤本构关系 的循环跳跃加速算法基本原理如图2所示, $\sigma_{max},\sigma_{min}$ 分别表示疲劳加载的最大和最小应力。在(*t*+ $\Delta t$ ) 时刻的损伤变量*d<sub>t+\Delta</sub>*可用*t*时刻损伤变量*d<sub>t</sub>*的泰勒 展开表示:

$$d_{t+\Delta t} = d_t + \dot{d}_t \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{d}_t \Delta t^2 + O(\Delta t^2) \qquad (9)$$

考虑到疲劳损伤的演化趋势并不复杂,所以只 考虑变化的二阶信息。由式(9)可知,在外推过程中 需要给出外推时间Δt以及损伤变量的变化速度*d*<sub>i</sub> 和加速度*d*<sub>i</sub>。由逐步计算结果可知,需要至少计算1 个完整循环以获得*d*<sub>i</sub>,至少计算2个完整循环以 获得*d*<sub>i</sub>。

考虑2个加载循环,令δt为一个加载周期,可得

$$\dot{d}_{t} = \frac{d_{t_{3}} - d_{t_{1}}}{t_{3} - t_{1}} = \frac{\delta d_{13}}{2\delta t}$$
(10)





Fig.2 Principle of cycle jump acceleration algorithm

$$\ddot{d}_t = \frac{\delta d_{23} - \delta d_{12}}{\delta t} \tag{11}$$

外推时间 $\Delta t$ 可以根据设定的跳跃阈值 $\delta d_{h}$ 确定,—般考虑线性外推,则

$$\Delta t = \frac{\delta d_{\text{th}}}{\dot{d}_t} \tag{12}$$

若考虑二阶外推,则有

$$\frac{1}{2}\ddot{d}_{t}\Delta t^{2} + \dot{d}_{t}\Delta t - \delta d_{th} = 0 \qquad (13)$$

此时, $\Delta t$ 的解与判别式( $\dot{d}_{t}^{2} + 2\ddot{d}_{t}\delta d_{th}$ )的正负有关, 需要分类讨论。

*ä<sub>i</sub>*<0对应损伤发展的第一阶段,方程存在2个 正根,对应图3中的2个解。由二次函数的性质可 知,较小的正根是合理的外推结果,故跳跃步长取为



 $\ddot{d}_i \ge 0$ 对应损伤发展第三阶段,方程存在2个正根,对应图3中的2个解。由二次函数的性质可知,较小的正根是合理的外推结果,故跳跃步长取为

$$\Delta t = \frac{-\dot{d}_t + \sqrt{\dot{d}_t^2 + 2\ddot{d}_t \delta d_{\text{th}}}}{\ddot{d}_t}, \\ \ddot{d}_t \ge 0 \qquad (15)$$

可以发现,式(14)与式(15)在最终表达上一致。

当判别式小于零时,方程无解,对应图3中的目标线2,说明此时跳跃阈值过大,应利用二分法将阈 值减小,直至方程有解。 值得说明的是,文献[18-19]中均没有求解式 (13),而是通过假定外推前后损伤演化加速度不变 给出二阶外推时间。因此,一般需要引入额外的精 度控制机制,才能使外推结果与逐步计算结果有较 好的吻合度。

研究发现,直接将损伤变量作为外推变量存在 如下问题:

(1)需要较多循环数的精细化计算才能得到较为准确的损伤变量速度和加速度,而少量循环无法得到有效的速度和加速度。

(2)由于数值分析中的微弹簧样本是离散的, 因此无法确定外推后的累积耗能值。累积耗能值有 可能是2个邻近微弹簧应变能之间的任意值,更新 不当会使整个程序陷入死循环。

(3)除了损伤变量外,模型中还涉及其他内变量如塑性应变的更新。如果同样采取外推的方式,就有可能出现外推后损伤变量和塑性应变不匹配的问题。

以一个样本的疲劳损伤为例,疲劳损伤演化曲 线如图4所示。该样本对应的疲劳损伤速度和加速 度演化曲线如图5所示。可以看出,少量循环计算 获得的损伤发展速度和加速度严重依赖循环次数的 选取,循环次数选取不当,可能导致外推结果与真实 值相差巨大。如果精确计算多个循环以获得当前损 伤状态的整体发展趋势,计算成本就会上升,达不到 预想的加速计算效果。







注意到,累积耗能变量的变化是较为光滑的。 对同一样本,计算累积耗能随循环次数变化的速度 和加速度,结果如图6所示。可以发现,累积耗能随 循环次数的变化较为平滑,更适合作为外推变量。

将累积耗能作为控制变量,并进行泰勒展开,有





Fig.5 Fatigue damage velocity and acceleration evolution curves of the sample

$$E_{\mathbf{f},t+\Delta t} = E_{\mathbf{f},t} + \dot{E}_{\mathbf{f},t} \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{E}_{\mathbf{f},t} \Delta t^2 + O(\Delta t^2)$$
(16)

线性外推时间为

$$\Delta t = \frac{E_{f,th}}{\dot{E}_{f,t}} \tag{17}$$

二阶外推时间为

$$\Delta t = \frac{-\dot{E}_{f,t} \pm \sqrt{\dot{E}_{f,t}^2 + 2\ddot{E}_{f,t}E_{f,th}}}{\ddot{E}_{f,t}} \qquad (18)$$

式中:*É*<sub>f,t</sub>和*Ë*<sub>f,t</sub>分别为累积耗能的增长速度和加速 度;*E*<sub>f,t</sub>为累积耗能跳跃阈值。

外推回代过程中塑性应变与损伤变量不匹配的 问题可以通过经验塑性模型避免。经验塑性模型的 塑性应力增量记为<sup>[29]</sup>

$$\dot{\sigma}^{\mathrm{p}\pm} = \eta^{\pm} \dot{\bar{\sigma}}^{\pm}$$
 (19)

式中, $\eta^{\pm}$ 为与损伤相关的塑性因子。 $\eta^{\pm}$ 的表达式为

$$\eta^{\pm} = \left(\frac{\xi^{\pm} d^{\pm}}{1 - d^{\pm}}\right)^{n_{p}^{\pm}} \tag{20}$$

式中, $\xi^{\pm}$ 、 $n_{p}^{\pm}$ 为塑性模型参数。





Fig.6 Energy dissipation velocity and acceleration evolution curves of the sample

$$\boldsymbol{\sigma}_{t+\Delta t}^{\mathrm{p}\pm} - \boldsymbol{\sigma}_{t}^{\mathrm{p}\pm} = \boldsymbol{\eta}_{t+\Delta t}^{\pm} (\, \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{t+\Delta t}^{\pm} - \bar{\boldsymbol{\sigma}}_{t}^{\pm}) \qquad (21)$$

根据每个循环疲劳荷载最大Cauchy应力相等的条件,可以求得外推后的塑性应力为

$$\boldsymbol{\sigma}_{t+\Delta t}^{\mathrm{p}\pm} = \boldsymbol{\sigma}_{t}^{\mathrm{p}\pm} + \eta_{t+\Delta t}^{\pm} \left( \frac{1-d_{t}}{1-d_{t+\Delta t}} - 1 \right) \boldsymbol{\sigma}_{t}^{\pm} \quad (22)$$

塑性应变与塑性应力的转换关系为

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{p}} = \boldsymbol{C}_{0} : \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{p}} \tag{23}$$

在实际计算中,需要对结构或构件进行网格划 分,并为网格确定单元类型,不同的单元内部会有一 个或多个积分点。一般情况下,不同积分点对应的 状态变量是不同的。以Abaqus中四边形平面应力 单元CPS4为例,该单元内部有4个高斯积分点,计 算时需要对单元每个积分点提取计算结果。通常, 不同积分点对应的跳跃步长不一致,跳跃步长可以 取为所有积分点跳跃步长的最小值。Van Paepegem 等<sup>[12-13]</sup>建议取为所有跳跃步长的某一个分位值。

## 3 实例分析

#### 3.1 混凝土单轴受压

以一个混凝土试块的单轴受压疲劳为例,对单

元积分点处的代表性体积单元取微弹簧数为1000, 采用隐式分析,计算单元类型为CPS4。计算中,首 先只考虑线性外推,计算2个完整循环,并以2个循 环的平均累积耗能速度外推。不同跳跃阈值下第1 个积分点的计算结果如图7所示。

同时采用逐步精细化分析的方式获取分析结 果。图7中参考曲线即为逐步计算结果,可以认为 该计算结果为精确结果。逐步计算求解耗时约为 45 min。线性加速情况下,累积耗能跳跃阈值 $E_{\rm th}$ 为 0.976 5、1.953 1、3.906 2、7.812 4 kJ·m<sup>-3</sup>时对应的 计算时间分别为12、6、4、2 min。第1个累积耗能跳 跃阈值对应的损伤跳跃阈值 $d_{\rm th}$ =0.01。与预期相 同,随着累积耗能跳跃阈值的增大,加速效果明显提 升。累积耗能跳跃阈值反映出损伤发展精度逐步下 降的趋势,如果累积耗能跳跃阈值过大,相比参考曲 线就会出现较大偏差。

考虑二阶效应的外推,同样只计算2个完整循环,累积耗能跳跃阈值 $E_{\rm th}$ 为3.9062、、8124、66.3120、191.2100kJ·m<sup>-3</sup>时的计算结果如图8所示,对应的计算耗时分别为25、15、6、4 min。

与线性外推类似,随着累积耗能跳跃阈值的增 大,计算效率提升,但随之而来的是精度下降,累积 耗能跳跃阈值过大会出现较大误差。与线性外推不 同的是,对于相同累积耗能跳跃阈值的情况(见图 7c、d和图8a、b),二阶外推的步长远小于线性外推, 精度也随之上升,这是由于引入了二阶项修正的结 果。对比图7d和图8d可以发现,相比于线性外推, 即使二阶外推采用很大的跳跃阈值,二阶修正效应 也会给精度带来较大的提升。

由于疲劳损伤第二阶段发展缓慢且数值上微弹 簧样本存在最小的损伤分辨率,因此2个完整循环 的损伤增量有可能小于微弹簧计算损伤的分辨率, 而从宏观来看损伤变量并未增加。这就导致传统基 于损伤变量的外推方法在损伤分辨率较大的情况下 不能适用,所以本文没有对比2种外推方法的计算 效率。通过提高样本中微弹簧数可以提高损伤分辨 率,但在提高损伤分辨率的同时带来更大的计算量。

为了将循环跳跃算法的误差定量化,引入循环 跳跃算法和逐步计算精细化结果的1范数来定义相 对误差。2种外推方式下不同累积耗能跳跃阈值的 相对误差(e)见表1,表中的a~d对应图7和图8中4 种工况的分析结果。相对误差计算式为





Fig.7 Linear extrapolation calculation results of different cumulative energy dissipation jump thresholds



图8 不同累积耗能跳跃阈值的二阶外推计算结果

Fig.8 Second-order extrapolation calculation results of different cumulative energy dissipation jump thresholds

$$e = \frac{\left\| d_{\text{step-by-step}} - d_{\text{cycle jump}} \right\|_{1}}{\left\| d_{\text{step-by-step}} \right\|_{1}}$$
(24)

表1 2种外推方式的相对误差 Tab.1 Relative errors of two extrapolation methods

外推方式	不同加载工况相对误差					
	а	b	с	d		
线性外推	0.0341	0.0520	0.0775	0.1388		
二阶外推	0.0202	0.0229	0.0506	0.1073		

以第1个累积耗能跳跃阈值作为基准阈值,其 他累积耗能跳跃阈值除以基准阈值得到正则化跳跃 阈值。2种外推方式的相对误差和计算时间随正则 化跳跃阈值的变化如图9所示。可以发现,两者构 成了一个典型效率和精度的平衡问题。显然,2种外 推格式对应的最优累积耗能跳跃阈值不同。



图 9 外推计算时间和相对误差曲线

Fig.9 Extrapolation calculation time and relative error curve

#### 3.2 素混凝土梁疲劳损伤全过程模拟

选取文献[23]中的素混凝土三点弯梁进行数值模 拟。梁截面尺寸信息如图10所示。对C50强度等级混 凝土的均值参数进行模拟,具体参数取值为<sup>[24]</sup>: $\lambda^+$ = 5.202, $\zeta^+$ =0.463, $\lambda^-$ =7.49, $\zeta^-$ =0.19。计算得到 抗压强度 $f_c$ =43.4 MPa,抗拉强度 $f_t$ =3.0 MPa,弹 性模量 $E_0$ =30 kN·mm<sup>-2</sup>。







素 混 凝 土 梁 在 单 调 加 载 下 峰 值 荷 载  $P_{max} = 19.2 \text{ kN}$ 。疲劳数值模拟中选取了4个加载 工况,4个工况对应疲劳荷载最大值分别为0.9、 0.8、0.7、0.6倍的峰值荷载,最小疲劳荷载为0.1倍 的峰值荷载,加载频率为5 Hz。

基于 Abaqus 平台建立有限元模型,采用 CPS4 平面四边形单元,单元总数为 216,采用的模型参数 如表 2 所示。 拉压累 积耗能跳跃阈值分别为  $E_{f,th}^{+}=25.8560$  J·m<sup>-3</sup>, $E_{f,th}^{-}=6.5747$  J·m<sup>-3</sup>,对应的 损伤跳跃阈值均为 0.05。采用线性外推策略,结构 层面跳跃步长取所有积分点跳跃步长的最小值。

表 2 模型参数取值 Tab.2 Parameter values of the model

受力状态	$C_1$	Þ	$\theta_1$	$\theta_2$	ξ	$n_{\rm p}$
受拉	2. $25 \times 10^{-5}$	5	30	10	0.5	3
受压	$3.75 \times 10^{-18}$	12	30	10	0.5	5

不同疲劳加载工况下计算的疲劳寿命和计算时 长如表3所示。可以看出,采用加速算法后,最大疲 劳荷载水平为0.8至0.6的3个加载工况的计算时 长不会随着疲劳寿命的增加而大幅增加。这是因为 跳跃步长会随最大疲劳荷载水平的降低而增大,计 算时长仅与加速算法跳跃次数相关。

表3 素混凝土梁疲劳分析结果

Tab.3	Fatigue	analysis	results	of	plain	concrete	bean
-------	---------	----------	---------	----	-------	----------	------

计算工况	疲劳寿命	计算时长/s	跳跃次数	最大跳跃步长
$P/P_{\rm max} = 0.9$	4 4 3 0	5 389	95	848
$P/P_{\rm max} = 0.8$	$16\ 513$	11 391	179	3276
$P/P_{\rm max} = 0.7$	33 532	11 542	189	6 270
$P/P_{\rm max} = 0.6$	60 809	11 990	220	10 841

图 11 给出了 *P*/*P*<sub>max</sub>=0.8工况下受拉损伤 (SDV15)随循环次数增加的演化情况。其中,*N*/*N*<sub>f</sub> 为疲劳加载次数与疲劳寿命之比。图12对比了不 同加载下梁底部跨中位置*x*方向应变随循环次数的 变化。可以发现,本文提出的模型能较好地反映疲 劳荷载作用下素混凝土梁裂纹的扩展过程及变形 特点。



图11 素混凝土梁受拉损伤云图







## 4 结论

(1)使用循环跳跃加速算法时,外推变量应尽量 光滑,才能做到使用少量精细化的计算信息获得准确的外推量信息。

(2)在进行结构层次的分析计算之前,应针对一 个单元进行试算,以选择容许误差范围内的最大跳 跃阈值。

(3)采用加速算法的计算时间与构件的疲劳寿

命没有直接关系,跳跃步长会随疲劳寿命的增大而 增大,故有望使用该算法进行超高周疲劳的全过程 计算。

#### 作者贡献声明:

虢成功:模型提出,数值模拟,论文撰写。李 杰:提出研究方向,审阅、修改论文。

#### 参考文献:

[1] 李杰,吴建营,陈建兵.混凝土随机损伤力学[M].北京:科 学出版社,2014.

LI Jie, WU Jianying, CHEN Jianbing. Stochastic damage mechanics of concrete structures [M].Beijing: Science Press, 2014.

- [2] SIMO J C, JU J W. Strain- and stress-based continuum damage models, I: formulation [J]. International Journal of Solids and Structures, 1987, 23(7): 821.
- [3] JU J W. On energy-based coupled elastoplastic damage theories: constitutive modeling and computational aspects [J]. International Journal of Solids and Structures, 1989, 25 (7): 803.
- [4] WUJY, LIJ, FARIA R. An energy release rate-based plasticdamage model for concrete [J]. International Journal of Solids and Structures, 2006, 43(3/4): 583.
- [5] FISH J, YU Q. Computational mechanics of fatigue and life predictions for composite materials and structures [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191: 4827.
- [6] MANCHIRAJU S, ASAI M, GHOSH S. A dual-time-scale finite element model for simulating cyclic deformation of polycrystalline alloys [J]. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 2007, 42(4): 183.
- [7] FISH J, BAILAKANAVAR M, POWERS L, et al. Multiscale fatigue life prediction model for heterogeneous materials [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2012, 91(10): 1087.
- [8] BOISSE P H, BUSSY P, LADEVEZE P. A new approach in non-linear mechanics: the large time increment method [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1990, 29(3): 647.
- [9] KIEWEL H, AKTAA J, MUNZ D. Application of an extrapolation method in thermocyclic failure analysis [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 182(1/2): 55.
- [10] SUN B, XU Y L, ZHU Q, *et al.* Auto-adaptive multiblock cycle jump algorithm for fatigue damage simulation of long-span steel bridges [J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2019, 42(4): 919.
- [11] SUN B, XU Z. An efficient numerical method for meso-scopic fatigue damage analysis of heterogeneous concrete [J].

Construction and Building Materials, 2021, 278: 122395.

- [12] VAN PAEPEGEM W, DEGRIECK J, DE BAETS P. Finite element approach for modelling fatigue damage in fibrereinforced composite materials [J]. Composites, Part B: Engineering, 2001, 32(7): 575.
- [13] VAN PAEPEGEM W. The cycle jump concept for modelling high-cycle fatigue in composite materials [M]//Fatigue of Textile Composites. Amsterdam: Elsevier, 2015: 29-55.
- [14] SALLY O, LAURIN F, JULIEN C, et al. An efficient computational strategy of cycle-jumps dedicated to fatigue of composite structures [J]. International Journal of Fatigue, 2020, 135: 105500.
- [15] COJOCARU D, KARLSSON A M. A simple numerical method of cycle jumps for cyclically loaded structures [J]. International Journal of Fatigue, 2006, 28(12): 1677.
- [16] TITSCHER T, UNGER J F. Efficient higher-order cycle jump integration of a continuum fatigue damage model [J]. International Journal of Fatigue, 2020, 141: 105863.
- [17] CHENG J, HU X, KIRKA M. A cycle-jump acceleration method for the crystal plasticity simulation of high cycle fatigue of the metallic microstructure [J]. International Journal of Fatigue, 2022, 165: 107185.
- [18] 丁兆东.基于混凝土疲劳本构的疲劳全过程加速算法研究 [C]//工程防震减灾新技术、新进展和新应用.合肥:合肥工 业大学出版社,2016:482-491.

DING Zhaodong. Researches on fatigue accelerated algorithm of concrete based on fatigue constitutive model [C]// New Technology, Development & Application in Engineering for Seismic Prevention and Disaster Mitigation. Hefei: Hefei University of Technology Press, 2016;482-491.

- [19] 梁俊松,丁兆东,李杰.混凝土结构疲劳全过程分析方法研究
  [J].建筑结构学报,2017,38(5):149.
  LIANG Junsong, DING Zhaodong, LI Jie. Analytical method for fatigue process of concrete structures[J]. Journal of Building Structures, 2017, 38(5): 149.
- [20] 李杰,张其云.混凝土随机损伤本构关系[J].同济大学学报

(自然科学版), 2001, 29(10): 1135.

LI Jie, ZHANG Qiyun. Study of stochastic damage constitutive relationship for concrete material [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2001, 29(10): 1135.

- [21] LI J, REN X. Stochastic damage model for concrete based on energy equivalent strain [J]. International Journal of Solids and Structures, 2009, 46(11/12): 2407.
- [22] LIANG S X, REN X D, LI J. A random medium model for simulation of concrete failure[J]. Science China: Technological Sciences, 2013, 56(5): 1273.
- [23] LIU H K, REN X D, LI J. Indentation tests based multi-scale random media modeling of concrete [J]. Construction and Building Materials, 2018, 168: 209.
- [24] DING Z D, LI J. A physically motivated model for fatigue damage of concrete [J]. International Journal of Damage Mechanics, 2018, 27(8): 1192.
- [25] HÄNGGI P, TALKNER P, BORKOVEC M. Reaction-rate theory: fifty years after Kramers [J]. Reviews of Modern Physics, 1990, 62(2): 251.
- [26] LE J L, BAŽANT Z P, BAZANT M Z. Unified nanomechanics based probabilistic theory of quasibrittle and brittle structures, I: strength, static crack growth, lifetime and scaling [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2011, 59 (7): 1291.
- [27] LIANG J, REN X, Li J. A competitive mechanism driven damage-plasticity model for fatigue behavior of concrete [J]. International Journal of Damage Mechanics, 2016, 25(3): 377.
- [28] MARIGO J J. Modelling of brittle and fatigue damage for elastic material by growth of microvoids [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1985, 21(4): 861.
- [29] 李杰,冯德成,任晓丹,等. 混凝土随机损伤本构关系工程参数标定与应用[J].同济大学学报(自然科学版),2017,45 (8):1099.

LI Jie, FENG Decheng, REN Xiaodan, *et al.* Calibration and application of concrete stochastic damage model [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2017, 45(8): 1099.